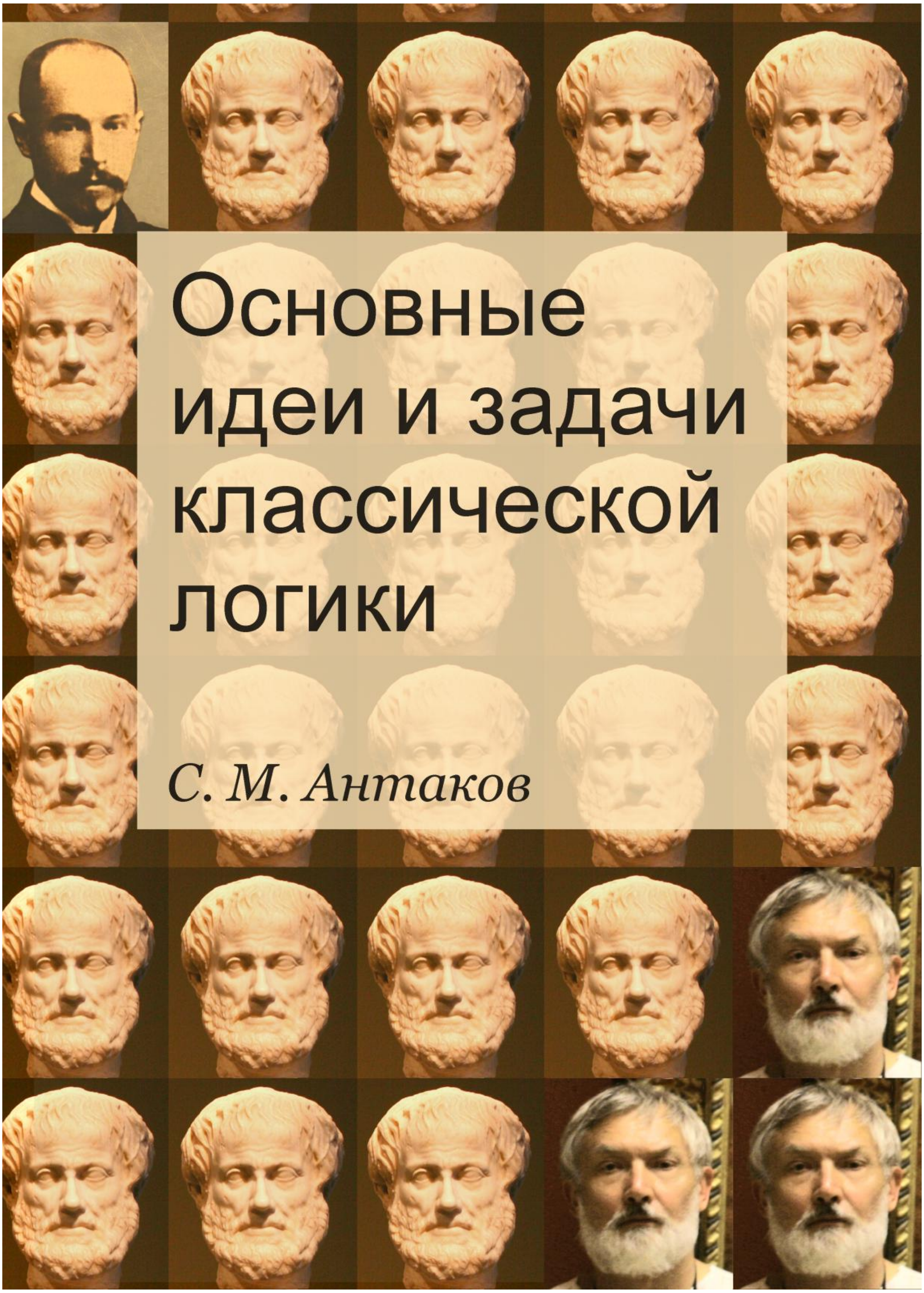


Основные идеи и задачи классической логики

С. М. Антаков

Министерство образования и науки
Российской Федерации

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Национальный исследовательский университет

С.М. АНТАКОВ

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ И ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Учебное пособие

Рекомендовано учёным советом факультета социальных наук для студентов ННГУ, обучающихся по гуманитарным специальностям

Нижний Новгород
Издательство Нижегородского госуниверситета
2013

УДК 160
ББК 87.4
А 72

Р е ц е н з е н т ы:
зав. кафедрой правоведения Нижегородского государственного
архитектурно-строительного университета, доктор философских наук,
профессор **Г.П. Корнев**;
зав. кафедрой алгебры и математической логики
Тверского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор **А.В. Чагров**

Антаков С.М.
А 72 **Основные идеи и задачи классической логики**: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. – 175 с.

ISBN 978-5-91326-209-7

В учебном пособии впервые в истории классической (философской) логики её основное содержание (теория понятия, суждения и умозаключения) получает логическую форму, то есть излагается в соответствии с формальным критерием теоретических наук. Это позволяет лучшим образом разъяснить основные идеи и методы логики, входящие в учебную программу дисциплины. Пособие содержит подробные указания, необходимые для решения учебных логических задач.

Для изучающих логику студентов гуманитарных специальностей ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

ISBN 978-5-91326-209-7

О т в е т с т в е н н ы й з а в ы п у с к:
председатель методической комиссии факультета социальных наук,
кандидат социологических наук,
доцент **И.Э. Петрова**

УДК 160
ББК 87.4

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ ТЕХ, КТО НАЧИНАЕТ УЧИТЬСЯ ИЛИ УЧИТ ЛОГИКЕ

Логика возникла из потребности людей получить рациональные (разумные) и демократические (в данном случае – действующие без угрозы физического принуждения) средства убеждения в споре – политическом, судебном и научном. На протяжении последних более чем двух тысячелетий она – долгое время под названием «диалектика» – входила в число фундаментальных образовательных дисциплин. В настоящее время логика является основанием теорий рациональных способов мышления и речи, в частности современной теории аргументации.

Будучи одним из средств убеждения, логика уже в древности стала определять форму выражения полученного из опыта знания, благодаря чему последнее и стало теоретическим, в полном смысле научным – не только опытным, но и умозрительным. С этой, логической, формой всякий человек знакомится, изучая геометрию в школе. Аксиомы (начала, принципы), определения и доказательства (теоремы) – вот необходимые элементы всякого теоретического знания, связь которых и образует логическую форму. Именно она дисциплинирует, приводит в систему научные знания и служит для их передачи (публикации).

Являясь законным орудием убеждения противника в спорах (в частности, научных) и теоретизации знания, логика, помимо указанной практической и научной ценности, имеет ещё исключительно большую образовательную ценность. Она заключается в том, что логика – это верное средство дисциплинировать (образовать) сам ум человека, которому, несомненно, предстоят разнообразные споры и, возможно, научная деятельность. Назначение данного учебного пособия и состоит в том, чтобы помочь учащемуся логически дисциплинировать его мышление.

Умственная дисциплина достигается не столько изучением логической теории, сколько приобретением практических навыков её применения в решении простых интеллектуальных задач. К числу таких задач относится и логическое убеждение в споре. Поэтому первое, на что должен обратить внимание учащийся, – не собственно результат решения, а *доказательство* его правильности, то есть соответствия решения заданию (условиям задачи). Можно считать, что задачи – главное в пособии, теория же имеет значение общего средства, необходимого для их постановки, решения и обоснования решения. Подобные и более сложные задачи возникают в жизни каждого человека, получающего образование или практически использующего приобретённые знания и при этом призванного убеждать в своей правоте других людей.

Личная логическая дисциплина ума (логическая культура) проявляется в повседневном общении человека как точность и ясность выражения им своих мыслей. Данное пособие будет полезно учащемуся и в этом отношении, но только в том случае, если он дословно запомнит и усвоит данные в пособии определения и правила. Для многих это будет хорошим способом развить свои способности – речь и мышление.

Параграфы (вопросы) предлагаемого курса логики распределены по следующим в большинстве своём традиционным главам (темам):

I. Историческое введение.
II. Основания классической логики.
III. Понятие.
IV. Простое суждение.
V. Основные законы классической логики.
VI. Простое умозаключение.
VII. Сложное суждение.
VIII. Сложное умозаключение.

Нетрадиционной здесь является вторая глава, посвящённая основаниям логики.

Чтение учебника логики может стать хорошим способом усвоения логического знания, если основополагающие идеи не потеряются в них в обилии второстепенных и необязательных знаний, лишающих традиционные, «исторические», курсы стройности, идейного единства и прозрачности. Вдобавок к этому, логические идеи, особенно самые важные, должны быть представлены в учебнике достаточно ясно. Поэтому для настоящего пособия отобран минимум определений, обладающий, тем не менее, известной внутренней полнотой и безусловной фундаментальностью. Этот минимум является ключом к логическим знаниям, оставшимся за его пределами, и для его изложения автор не жалел слов, дабы сделать его как можно более толковым.

Такое сочетание минимализма с максимализмом позволило написать краткое по объёму, но основополагающее по содержанию и столь ясное по форме пособие, что оно может быть использовано для самообразования.

Труднее всего самостоятельно научиться искусству решения задач, даже усвоив теорию. Вот почему большое внимание в пособии уделяется задачам. Согласно указанным принципам минимализма и максимализма, отобрано несколько наиболее важных типов задач, решение которых представлено исчерпывающе подробным образом. В результате, как можно надеяться, пособие поможет всем, кто хочет научиться решать задачи самостоятельно.

Выбранные шесть типов задач соответствуют основным разделам любого курса логики. Типы задач и соответствующие наиболее важные параграфы, включающие необходимые методические указания по решению этих задач, таковы:

Задача I. Нарисовать диаграмму данных понятий, назвать отношения между ними и обосновать ответ (§§ 20, 21).

Задача II. Найти диаграмму понятия, построенного из данных понятий с помощью действий сложения, умножения или отрицания (§§ 10–14 с заменой термина «предмет» на термин «понятие»; § 23).

Задача III. Найти материю и форму данного простого категорического силлогизма (§§ 35–40, 60–64).

Задача IV. Проверить данный модус простого категорического силлогизма (§§ 8, 56, 65).

Задача V. Проверить данную энтимему (§§ 67, 68).

Задача VI. Проверить данный сложный силлогизм табличным методом (§§ 69–71, 73, 74, 76).

Для первых пяти типов задач каждый предыдущий тип служит основой для решения задач последующих типов. Этим и определялся их отбор. И только шестой тип независим от предыдущих.

Задачи I, II и IV являются графическими по своему результату или методу решения и основываются на простой идее изображения понятия с помощью диаграммы Эйлера (§ 20). Та же идея используется для изображения простого категорического суждения и простого категорического умозаключения.

Несколько фрагментов основного текста выделено рамкой, и они должны быть усвоены или заучены учащимся самым добросовестным образом. Фрагменты текста, набранные мелким шрифтом, могут быть пропущены при первом чтении.

Часть содержания некоторых параграфов может быть, а в некоторых случаях и должна быть развита учащимися самостоятельно в ходе выполнения ими соответствующих заданий (например, по заполнению таблиц). Крайне желательно, чтобы аксиомы диады (§ 6) и триады (§ 8) были получены самими учащимися, разумеется, под сократическим (по примеру непревзойдённого мастера диалектики Сократа) управлением преподавателя. Названия таких параграфов отмечены одной звёздочкой, и их рекомендуется излагать на практических занятиях. Две звёздочки указывают на параграфы, имеющие подраздел «Контрольные вопросы и задачи» – практическую часть с задачами, решать которые необходимо на практических занятиях.

В конце книги помещены «Контрольные вопросы к практической части курса» и «Контрольные вопросы к теоретической части курса». Первые могут быть использованы на зачёте, вторые же – в качестве экзаменационных вопросов.

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ ТЕХ, КТО ПРОДВИНУЛСЯ В ИЗУЧЕНИИ ЛОГИКИ

Логика, которой посвящена эта книга, имеет много названий, появившихся в разное время. Это и аристотелева, и классическая, и традиционная, и формальная, и философская логика. Некоторые из этих названий служили ей для того, чтобы отличаться от математической логики.

Логику Аристотеля назвали классической в том же смысле, в каком считаются классическими (образцовыми) все его дошедшие до нас произведения. Однако в математической логике, возникшей в XIX столетии и начавшейся с попыток изложить традиционную логику на языке математики, установилось собственное понимание классической (математической) логики. Это *пропозициональная логика* и *логика предикатов* (с семантикой А. Тарского), связываемые с классическими (двузначными), или булевыми, таблицами истинности (семантическими таблицами). К неклассической же логике относят *интуиционистскую*, *модальную*, *релевантную* и многие другие версии математической логики.

То, что в математической логике установилась своя «классическая» традиция, лишний раз указывает на её известную противоположность философской логике. Вторая, в отличие от первой, самым тесным образом связна с естественным языком, его грамматикой и компетенцией. Это делает аристотелеву логику всегда актуальным средством и целью академического («классического») образования, лучшим посредником при переходе от естественно-языковых дисциплин к математическим наукам, использующим искусственные языки. Философская логика незаменима в ситуации, когда образуемый ум призван совершить скачок вверх по ступеням абстрактности и формальности знания. Имея это в виду, трудно согласиться с мнением некоторых специалистов в области математической логики, будто аристотелева логика утратила актуальность и представляет лишь исторический интерес. Это суждение коренится, во-первых, в том неосновательном впечатлении, что математическая логика в теоретическом отношении уже «сняла», или покрыла, содержание философской логики, и, во-вторых, в некотором отстранении от проблем дидактики. В этой связи можно поспорить с тем по существу позитивистским взглядом, будто философская логика исчерпала свой теоретический потенциал и осталась не у дел в науке, передав свой предмет логике математической. Последняя точка зрения исходит из неявного положения о возможности полной формализации всякого интуитивного знания, формализации, удовлетворительной якобы в любом отношении, включая образовательный контекст.

Следующий далее основной текст не содержит строк, заимствованных из какого бы то ни было ранее изданного учебника логики, в чём можно видеть его главный недостаток, но также и некоторое достоинство. Содержание традиционного курса классической логики преобразовано автором и почерпнуто, в основном, из двух учебников, которые он считает лучшими из известных ему и непревзойдёнными в своём роде. Это «Логика» В.Ф. Асмуса (М., 1947) и «Учебник логики» Г.И. Челпанова (М., 1994). Обе эти книги написаны известными отечественными философами ещё дореволюционной (имеются в виду революции 1917 года в России) формации. Вторая книга выдержала много изданий до 1917 года. Третьим полезным источником представляемого пособия стал сборник работ получившего мировую известность отечественного (казанского) логика Н.А. Васильева «Воображаемая логика» (М., 1989).

Роль и новаторство автора заключались всего лишь в обосновании и логичном изложении традиционного содержания логики. Поэтому данная книга могла бы по праву носить название «Классическая логика в логичном изложении» и считаться *логическим* изложением логики в отличие от *исторических*, то есть следующих традиции, изложений. Критика классической (аристотелевой) логики, предпринятая Н.А. Васильевым в начале XX века, обнаружила некое противоречие в традиционных курсах логики, которое носит более прагматический, чем логический, характер и вполне проясняется и исправляется в настоящем пособии. Это потребовало начать изложение логики с самых её оснований (аксиом), то есть с раздела, который в ситуациях, требующих одного слова, удобно называть *протологикой* (первой, основополагающей, частью логики). Далее почти вся (исключения оговорены ниже в этом предисловии) классическая логика прямо и последовательно выводится из собственных интуитивно очевидных, простых и ясных оснований, что позволяет считать такое её обоснование *прямым*. Таким образом, классическая логика приобретает логическую форму и, благодаря этому, становится подлинно теоретической дисциплиной, удовлетворяющей всем критериям научности.

Действительно, до сих пор традиционная логика находилась в положении искусства землемерия (геометрии), каковой она была до того, как Платон и его сподвижники, гениальные греческие математики, а позднее Евклид, завершивший их дело, не стала подлинной наукой. До сих пор традиционная логика не была аксиоматизирована, если не считать не вполне удачных, частичных и *косвенных* обоснований, предпринятых со стороны, а именно в рамках *математической* логики. Причём делались такие попытки аксиоматизации в отношении не классической логики в целом, но лишь её части, называемой силлогистикой. Подобные обоснования проводились исходя из нескольких правильных модусов вроде *Barbara*, полагаемых в качестве аксиом, но являющихся теоремами при прямом обосновании.

То обстоятельство, что классическая логика до сих пор оставалась без оснований, удивительно, поскольку сама она справедливо претендует на роль учителя всех прочих научных дисциплин, логически дисциплинируя их. Это значит, что подлинно научное знание должно излагаться начиная с простых и ясных аксиом (в математике) или математически выраженных принципов (в науках о природе), прочие же истины должны быть выведены из этих начал, то есть представлены в виде теорем. Образцом логично изложенного знания более двадцати веков оставались «Начала» Евклида. Однако сама логика излагается, ничуть не подчиняясь установленному ею же образцу, что затрудняет её понимание и позволяет сохраняться тому противоречию, которое было замечено Н.А. Васильевым.

Помимо субъективных, исторических причин, указанное парадоксальное положение классической логики объясняется тем объективным обстоятельством, что её содержание в некотором смысле «нелинейно» («криво») относительно неизбежно «прямолинейных» аксиоматизирующих систем. Результатом этого является расщепление классической логики на логику Аристотеля и логику, которую следует называть именем Н.А. Васильева. Обе логики содержат два главных раздела – теорию простого суждения и теорию простого умозаключения (которое является только одним из видов сложного суждения), или силлогистику (в аристотелевском значении последнего термина). Оба эти раздела в логике Васильева выводятся из двух аксиом (аксиомы диады и триады). Теория простого суждения является в ней естественной (соответствующей обычной языковой интуиции), однако теория умозаключения неполна, так как не содержит многих правильных модусов логики Аристотеля.

Добавление к двум названным аксиомам третьей (так называемого соглашения аристотелевской логики) позволяет получить указанные разделы логики Аристотеля, но в ней только теория простого умозаключения оказывается более естественной (более соответствующей практике убедительных рассуждений). Традиционный (исторический) курс логики адекватен речевой практике, но оказывается «метапротиворечивым» смешением теории простого суждения логики Васильева и теории простого умозаключения логики Аристотеля, чем и объясняется невозможность аксиоматизировать его исходя из какой-либо одной системы аксиом.

Для того чтобы строго вывести основные логические законы (непротиворечия и исключённого третьего) из аксиом, автору пришлось изменить традиционные определения отношений противоположности между сравнимыми общими суждениями (отношений субординации, субконтрарности, контрарности и контрадикторности). Он определяет их исходя не из поверхностной формы, то есть количества и качества, таких суждений, но на основании их совместимости или несовместимости по истине и лжи. Неудовлетворительность традиционных определений состоит, во-первых, в том, что они порождают проблему для сравнимых единичных суждений (например, «Сократ – философ» и «Сократ – не философ») – контрарны они или контрадикторны? По форме одно из них является общеутвердительным, а второе – общеотрицательным, и можно ошибочно решить, исходя из традиционного определения, что они контрарны. Однако по своим свойствам (совместимости или несовместимости по истине и лжи) они оказываются контрадикторными. Это противоречие между традиционным определением и свойствами определяемых отношений, с одной стороны, и желанием распространить логические законы на единичные суждения, с другой, и порождает проблему. Она, однако, легко решается (в пользу контрадикторности), если принять определения отношений противоположности, используемые в данном учебнике.

Более того, предлагаемое определение противоположностей позволяет внести полную ясность в соотношение логик Аристотеля и Васильева, в том числе законов исключённого третьего (Аристотель) и исключённого четвёртого (Н.А. Васильев), развеяв туман мифов и спекуляций, окружающий последний закон. И это служит вторым аргументом для принятия выбранных определений противоположностей.

Стоит обратить внимание на то, как в учебнике используются диаграммы. Вопреки Платону, с недоверием относившемуся к математическим чертежам, автор, в полном соответствии с замыслом прямого интуитивного обоснования логики, отводит им не вспомогательную роль, но считает их выразительным логическим средством, равноправным с символическим (аксиоматико-дедуктивным). В известных случаях (как, например, в § 12, посвящённом протологическому прообразу логических законов) диаграммы служат основой собственного метода. Он может использоваться без ослабления строгости рассуждений наряду с тождественными преобразованиями и доказательствами, имеющими синтаксический (формальный) характер. Пример последних содержится в § 14, посвящённом методу протологических *конституент*. Представляется, что традиционное формальное понятие теоретической строгости может быть расширено соответствующим образом, учитывающим, во-первых, возможность материально-интуитивной (*феноменологической*) ясности не вполне оформленного мышления, во-вторых, трудности адекватного выражения мысли на любом дискурсивном языке, приводящие к необходимости пользоваться иными (изобразительными) выразительными средствами, а в-третьих, невозможность вполне отделить форму выражения мысли от её интуитивно переживаемого содержания.

Метод диаграмм играет в прямом обосновании логики не меньшую роль, чем метод семантических таблиц. Так называемые протологические номера 1, 2, 3, 4, 5 (*жергонновы отношения*) в таких таблицах имеют интуитивно ясное аксиоматическое происхождение и служат фундаментальными логическими значениями, производными от которых оказываются классические логические значения «истина» и «ложь». В традиционных («исторических») курсах логики последние два значения использовались, но оставались без определения, что, наряду с другими обстоятельствами, также мешало прояснить общее строение классической логики.

Ещё одной особенностью авторского подхода к предмету настоящего учебника стал отказ от характерного для Аристотеля атрибутивного истолкования простого категорического суждения, при котором предикат понимается как атрибут (свойство) субъекта. Вещь и свойство вещи предстают при этом предметами разного типа реальности. В представляемом же курсе принято субстантивное толкование, при котором субъект и предикат являются предметами одного и того же типа, что, помимо прочего, упрощает концепцию их *конверсии* (перестановки). В пределах такого подхода признак понятия понимается тоже как понятие, указывающее на первое путём задания объёмного (жергоннова) отношения между ними.

Некоторые имеющие место ниже расхождения с традиционными (историческими) курсами логики вызваны желанием сделать изложение более простым и прозрачным, избавив его от проблем, которые классическая логика принципиально не может решить. Например, автор изменяет (упрощает) традиционное определение *контрарных понятий*. Логика пытается формализовать интуицию контрарных (противных) понятий как антонимов (вроде «холодного» и «горячего», «чёрного» и «белого»). Но все такие попытки неудачны, они и не могут быть удачными, и от них следует отказаться. Приняв чисто логическое определение, из которого следует, что «чёрное» и «белое» – антонимы, логика должна была бы признать, что «чёрное» и «красное» – тоже антонимы. Чтобы не противоречить языковой интуиции и традиции в этом вопросе, необходимо отказаться от определения антонима, которое, в силу скудости средств классической логики, не может быть удовлетворительным. На вопрос, почему чёрное и белое считаются противными противоположностями, а чёрное и красное таковыми не считаются, можно дать лишь один ответ: такова языковая традиция. С точки зрения логики выбор одних противоположностей как антонимов, а других – как не антонимов, является произвольным, то есть случайным, внелогическим. Вот почему автор отказывается от определения антонимов и определяет контрарность безотносительно к ним, более просто, но так, что контрарными оказываются не только антонимы, но и любые несовместимые понятия (в том числе «чёрное» и «красное»).

По сходной причине логика не в силах дать такое определение *существенного* свойства, опираясь на которое, для каждого свойства можно было бы решить, является ли оно существенным или не является. С помощью чисто логического рассуждения невозможно показать, что, например, сладость является существенным, а белизна – несущественным свойствами сахара. Граница между существенным и несущественным относительна, она зависит от исторического момента и культурной среды, тогда как в логике с закреплёнными началами (аксиомами) всякое определение абсолютно. По этой причине и принятое в традиционных учебниках разделение популярной и научной *индукции* представляется автору несостоятельным. Согласно этому разделению, популярная индукция не отличает существенного от несущественного и потому чревата ошибочными (ложными) заключениями вроде «Все лебеди белые», тогда как научная индукция, основывающаяся на анализе существенных свойств, якобы исключает ошибки.

Итак, с целью логичного изложения логики автор отказывается от атрибутивного истолкования суждения, от определения понятий антонима, существенного свойства и т.п. Как справедливо заметил известный логик и философ Л. Витгенштейн, «То, что вообще может быть сказано, может быть сказано ясно, о том же, что сказать невозможно, следует молчать».

Некоторые особенности представленной книги (в том числе её особая неполнота, вызванная критическим отсечением лишнего), о которых ни здесь, ни далее не сказано, продиктованы тем, что она является учебным пособием, а не научной монографией. Она учит логичному мышлению своими чёткими, насколько это удалось автору, определениями, строгими постановками задач и правилами их решения. В не меньшей степени она учит простому и общезначимому (всем понятному) языку выражения самых простых мыслей, в том числе экономному описанию диаграмм на геометрическом языке. И это, возможно, ещё более важно, поскольку любой только ещё приступающий к изучению логики человек уже мыслит логически, поскольку овладел, хотя бы и не в совершенстве, своим родным языком.

I

ИСТОРИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

§ 1.
Возникновение западной логической традиции

История возникновения логики интересна тем, что раскрывает причины этого явления и тем самым объясняет, для чего оно было нужно. Потому что нужда в науке логики, приведшая к её появлению, сохраняется по сей день.

Логика – одна из составляющих «греческого чуда», она созревает в гуще софистического движения (греческого *просвещения*) в V–IV вв. до н.э. вместе с системой образования. Первые в истории профессиональные (то есть платные) педагоги назывались *софистами*. Греческое слово *sophistēs* имело значение «платный учитель мудрости». Софисты продавали знания, на которые возник спрос, особенно словесные искусства, – риторику (искусство судебного и политического красноречия), искусство спора, – но также политику (политологию) и право, этику, психологию и социологию. Иными словами, они учили *гуманитарным* дисциплинам, основателями которых сами же и были.

В ученики к софистам чаще всего шли дети богатых, но не знатных греков. Эти люди имели своих естественных политических врагов в лице аристократов и потому становились сторонниками демократии. Влияние аристократов опиралось на авторитет, в том числе на авторитет традиции, а софистическое просвещение методически подрывало эти опоры аристократической власти.

Софисты вывели из научной (математической и натурфилософской) сферы в область гуманитарного знания методы доказательства, применявшиеся до них Фалесом, Пифагором, Парменидом и Зеноном Элейским. То, что логику считают возникшей позже, чем логические доказательства, оправдано тем, что под «логикой» подразумевается выделенная, вполне осознанная и самостоятельная гуманитарная дисциплина.

Софисты развивали методы убеждения посредством действия на *чувства* и *ум* человека и соответствующие умственные уловки (*софизмы*). Они учили побеждать в споре того, кто, может быть, совсем не имеет знаний о предмете спора, или того, кто защищает заведомо ложное мнение (например, то, что белое – это чёрное, или наоборот), пользуясь тонкими психологическими, или допустимыми, или даже грубыми уловками.

Большое значение имела изобретённая софистами дидактическая (учебная) игра «*диалектика*» (гр. *dias* двойка, пара, *di(s)* дважды, *lexis* слово), или «двусловица», служившая для обучения искусству спора. В игре участвовали два человека, *пропонент*, начинавший спор высказыванием какого-то предложения – *тезиса*, и *оппонент*, опровергавший пропонента и выдвигавший противоречащее тезису предложение – *антитезис*. Эта игра велась по правилам, которые не допускали уловок, действующих на чувства. Пропонент должен был отвечать на корректные вопросы оппонента однозначными «да» или «нет». Основным способом победы в игре было приведение противника к самопротиворечию. Участник спора считался побеждённым, если на один и тот же вопрос, заданный дважды в процессе спора, давал противоположные ответы «да» и «нет». Это формально уличало его в том, что он солгал. Причём не важно было знать, какой ответ из двух соответствует истинному положению дел, а какой является ложным.

Словом «диалектика» стали обозначать искусство правильного (регулируемого правилами) спора.

Большой вклад в развитие логики внёс Сократ (ок. 470 – 399, Афины), которого большинство жителей Афин принимало за софиста, но который принципиально не брал плату за обучение своих многочисленных учеников. Сократ был сторонником аристократии и осуждал софистов за то, что их деятельность способствовала моральному упадку греческих полисов, что они развращали молодые умы, учили искусству обмана и уловок ради победы любой ценой, чтобы получить деньги и власть.

Сократ противопоставил два вида спора в зависимости от его цели (победа или истина): спор *софистический* (*эристический*, то есть препирательский) и *диалектический*, или сократический (правильный, то есть логичный). Софистический спор – это спор ради победы, истина в нём не ценится, а потому все уловки считаются оправданными. Такой спор Сократ считал недостойным, преследующим низменную корыстную цель – получение власти и материальных благ. В диалектическом же споре не важно, кто одержал формальную победу или проиграл, а важно то, что участники спора нашли истину. Сократ верил, что истина может родиться в споре, и назвал свои (диалектические) методы спора ради истины *майевтикой* – «искусством родовспоможения», или повивальным искусством, поскольку считал, что помогает родиться истине – помогает человеку осознать скрытое в его бессмертной душе знание.

Майевтика включала в себя *иронию*, *индукцию* и *апагогию*. Ирония заключается в известных словах Сократа «Я знаю, что ничего не знаю» и применялась для разрушения ложного убеждения людей (на самом деле невежественных) в том, что они что-то знают. Такое убеждение – только препятствие на пути познания истины. Сократ делил разумных существ на три категории. Это всезнающие боги, невежественные люди и философы. Люди, ничего не зная, тем не менее уверены, что знают всё, и поэтому не стремятся к истине. Лишь небольшое число людей, называемых философами, отличаются от невежд самым ценным знанием: они знают, что ничего не знают. Именно это и позволяет им искать истинное знание. Сократическая ирония была призвана очищать сознание людей от ложных мнений, суеверий.

Индукцией («наведением») называется искусство задавать наводящие на истину вопросы. Апагогия – метод приведения собеседника к самопротиворечию, который под названием «метода от противного» используется и в математике при доказательстве многих теорем. Как считают историки, в этом последнем качестве он был изобретён Зеноном Элейским.

Таким образом, искусство диалектического (сократического) спора исключало софистические способы убеждения, обращённые к чувствам (то есть эстетические способы), а также уловки, обманывающие разум. Это искусство и стали называть *диалектикой*, а позднее – *логикой*.

Поскольку *dia* значит «через», «сквозь», слово «диалектика» можно перевести ещё как «идущую от слова к слову» или «междусловицу». Тем с большим правом можно рассматривать её как гибкое средство находить «срединный путь» между «Да» и «Нет» и оправдывать Гегеля, который придал термину «диалектика» соответствующее новое значение и к тому же был принципиальным критиком основных законов формальной (классической) логики.

Платон (427 – 347, Афины), ученик Сократа и основатель Платоновой Академии, продолжил развитие методов диалектического спора и к тому же записал сократические диалоги. Диалоги Платона (а также Ксенофонта) дают представление о подлинных диалогах Сократа. У Платона были веские причины презирать софистов. Он считал несостоятельными их взгляды, особенно их релятивизм (в частности, признание относительности, условности границы между добром и злом). Платон также полагал, что обучение интеллектуальным искусствам за плату низводит последние до уровня товара, который оценивается в соответствии с той выгодой, которую он может принести, и не имеет ценности сам по себе. Платон также считал, что софисты на самом деле несведущи в философских спорах, только потому, что они не принимали его обвинений всерьёз.

Однако не Сократ и не Платон считаются основателями логики. Для продолжения любой традиции необходима Книга. Так, для бытия традиции логического образования был необходим Учебник логики. Поэтому отцом-основателем логики по праву считается **Аристотель** (384 – 322), ученик Платона, также преподававший в Афинах и основавший там свою школу – Лицей. Имея склонность к анализу и классификации, он изучил диалоги Платона и выделил методы диалектического спора в чистом виде, то есть нашёл их логические мыслительные формы. Аристотель написал и издал для своих студентов и первый учебник логики. Вместе с Учебником была создана Западная логическая традиция, наука логики. Издатель Аристотеля Андроник Родосский в I в. до н.э. дал этому сочинению название «Органон», что значит «орудие, инструмент». Имелся в виду инструмент мысли, рассуждения, философии.

«Органон» состоял из шести трактатов («глав»): «Категории», «Об истолковании» («Герменевтика»), «Первая аналитика», «Вторая аналитика», «Топика» и «О софистических опровержениях». Во всех более поздних учебниках логики, вплоть до самых последних, сохраняется подобное этому членение содержания логики.

Сам Аристотель называл созданную им дисциплину *аналитикой* и считал её орудием познания, органоном мышления (как руки – орудие тела, так разум – орудие души). Название «логика» было дано ей комментатором Аристотеля Александром Афродизийским через полтысячи лет после смерти Аристотеля. Это название происходит от корня λόγος (мысль, выраженная в слове; единство мысли и слова). Долгое время названия «логика» и «диалектика» использовались как синонимы (о синонимах см. § 22). Понятно теперь, почему логика, возникшая таким образом, называется *аристотелевой*, *классической* и *традиционной*.

Итак, логика возникла благодаря усилиям софистов, Сократа, Платона и Аристотеля как искусство (вскоре превратившееся в науку) *рационального (логического) убеждения* – убеждения путём воздействия не на чувства человека, а на его ум, и при этом не вводящее ум в заблуждение.

Рациональное убеждение может ещё быть математическим, основанным на аналогии (подобии) между предметом убеждения и принимаемой адресатом (убеждаемым) математической моделью.

§ 2.
Развитие логики после Аристотеля. История логического образования

Стоики (их школа античной философии основана на рубеже 4–3 вв. до н.э.), в частности, Хрисипп (ок. 280/277 – ок. 208/204 до н.э.), добились успеха в той области логики, которой не занимался Аристотель и которая сегодня называется пропозициональной (лат. *propositio* предложение) логикой (логикой высказываний). Они рассматривали сложные предложения, построенные из простых с помощью союзов «и», «или», «если…, то…». За основу они приняли пять схем аргументации (modus ponens, или правило отделения, modus tollens и три схемы дилеммы).

В Античности изучающие философию (кроме эпикурейцев) знакомились с логикой как Аристотеля, так и стоиков. Оба эти предмета считались дополнительными, несмотря на споры о том, которую из логик считать более важной. Однако в конце античного периода логическое учение стоиков было утеряно наряду с большим количеством сочинений раннего стоицизма, в то время как логика Аристотеля не просто сохранилась, но и получила развитие в Средние века, в Новое время была усовершенствована И. Кантом.

Таким образом, около 2000 лет логика Аристотеля оставалась фактически единственной и образцовой логической наукой (то есть логической парадигмой), в содержание которой не было внесено ничего принципиально нового. Но в начале Нового времени она подвергается критике со стороны Френсис Бэкона и Р. Декарта. Ф. Бэкон разрабатывает иную, *индуктивную*, логику. Надо заметить, впрочем, что эпикуреец Филодем в сочинении «О знаках и обозначаемом» в I в. до н.э. предвосхитил основные положения индуктивной логики Ф. Бэкона. В XIX веке эту работу продолжает Джон Стюарт Милль. Однако индуктивная логика вводится в состав классической логики, аристотелеву же логику теперь называют *дедуктивной*, чтобы отличить от индуктивной логики.

В начале Нового времени критике подвергалась, не только логика Аристотеля, но и вся «старая» (средневековая) наука, включавшая также «физику качеств» (логическую физику) Аристотеля. Но критика эта была поверхностной, так как аргументом её была практическая бесполезность, «бесплодность» старой науки. Ещё во время Возрождения нападкам – с тем же аргументом – подверглась и старая система образования, названная классической. В результате споров образование разделилось. Наряду с классическим появилось «реальное» образование, ориентированное на инженерную деятельность, то есть на практическую пользу.

Кант не только усовершенствовал, дополнил классическую (формальную) логику, но и выдвинул замысел принципиально новой – *трансцендентальной* (содержательной, «материальной») – логики. В отличие от последней традиционную логику и назвали *формальной*. Г. Гегель развивает трансцендентальную логику, критикуя формально-логические законы, и даёт ей название *диалектической* логики. Его критика логики является более глубокой, нежели критика Ф. Бэкона и Декарта.

В XIX веке Джордж Буль (1815–1864), Август де Морган (1806–1871), Эрнст Шрёдер (1841–1902) и др. математики и логики пытаются прояснить классическую логику и изложить её содержание на математическом языке. В результате этого возникает другая логика, *математическая*, достигающая высшего расцвета в XX веке. В рамках математической логики произошло переоткрытие пропозициональной логики. Это случилось в начале XX века благодаря Готлобу Фреге и Бертрану Расселу. Вершиной развития математической логики стало доказательство теоремы о неполноте всякого достаточно выразительного («богатого») формального знания Куртом Гёделем в 1931 году, а также некоторые другие результаты. Чтобы отличить классическую логику от математической, первую называют ещё *философской*, хотя признан по существу *метафизический* характер таких замечательных теорем математической логики, как теорема о неполноте.

Особое место в истории классической логики занимает русский логик **Николай Александрович Васильев** (1880–1940). Открытая им «воображаемая логика», названная так по примеру «воображаемой геометрии» его земляка, казанского математика Н.И. Лобачевского, показывает, почему изложение логики необходимо начинать с её оснований. Логика, излагаемая в традиционных учебниках, не следует собственному образцу, заданному «Началами» Евклида, это логика без оснований. Её законы не выводятся, а возникают из непроявляемых и непроясняемых начал, как будто произвольно. Эта логика в учебных курсах излагается нелогично и содержит одно принципиальное противоречие (между теорией суждения и теорией умозаключения), по существу замеченное Н.А. Васильевым. Поэтому логичное изложение логики надо предпочесть изложению, следующему исторической традиции. Из двух простых аксиом выводится содержание *логики Васильева*, а при добавлении к ним третьей простой аксиомы («соглашения Аристотеля»), – содержание *логики Аристотеля*. Таким образом, в месте введения третьей аксиомы классическая логика расщепляется на две логики.

В традиции «классического» образования (в отличие от «реального»), продолжавшейся в Средние века и Новое время, логика занимала центральное место. Студенты изучали «семь великих искусств», разделяющихся на *тривиум* (грамматика, риторика и диалектика, или логика) и *квадривиум* (арифметика, геометрия, астрономия, теория музыки). Сдавший экзамен по дисциплинам тривиума становился бакалавром, сдавший квадривиум – магистром. После этого бывший студент мог защитить диссертацию и стать доктором богословия или права.

Эта традиция (с некоторыми изменениями) продолжается в мире до сих пор. Судьба же логики в России оказалась печальной. После 1917 года логику по некоторым причинам исключили из образовательных программ. Попытки возродить традицию преподавания логики имели место в 1947 году и начале 1990-х.

§ 3.
Логическая дисциплина и значение логики

Вопрос о значении есть вопрос «Для чего? Чему служит? Какова польза?» Из истории возникновения логики непосредственно вытекает её первое значение: она является **средством рационального (разумного) убеждения**, то есть убеждения, действующего на разум и не вводящего разум в заблуждение (посредством софизмов). Логика – искусство и наука убеждения. Поэтому логическое умение особенно важно для тех, кто намеревается участвовать в судебных, политических или научных спорах.

Достоинством логики, имеющим не меньшее значение, чем первое, является то, что неожиданно открылось в ней помимо средства убеждения: она сообщает уму способность видеть больше, чем «глазами во лбу». Например, в конце V в. до н.э. именно логика позволила пифагорейцам открыть математические иррациональности, начиная с доказательства теоремы о несоизмеримости стороны и диагонали квадрата. Это открытие не могло быть получено в опыте, с помощью измерений. Но значение его очень велико, поскольку оно стало первым шагом на пути к математическому анализу – мощному методу решения широчайшего класса научных и инженерных задач.

Другой пример важного открытия, которое не могло состояться без классической логики – открытие неевклидовых геометрий, прежде всего, геометрии Лобачевского, которую сам Н.И. Лобачевский называл «воображаемой геометрией». За системой аксиом новой геометрии некоторые математики и физики увидели описываемое ею реальное пространство, обладающее необычным (неевклидовым) свойством, – кривизной. В этом смысле, как и в случае открытия иррациональности, можно сказать, что логика навела на мысль о существовании объекта, не доступного чувствам.

Таким образом, логика оказалась средством открытия сущностей идеального (в том числе математического) мира, что принесло огромную пользу математике и человеческой практике в целом. Разумеется, сказать такое могут только те мыслители, называемые реалистами, или платонистами, которые верят в существование «трансцендентного» (не материального, но идеального) мира, который не может быть дан уму ни в каком опыте, мира, который не доступен чувствам. Иные мыслители сказали бы, что язык (в том числе язык логики) порождает фикции – языковые конструкции, которые ничего не говорят о действительном мире – мире вещей, мире опыта, за пределами которого нет ничего трансцендентного, иррационального. В математике они отрицают существование иррациональных чисел. Тем самым они обедняют математику настолько, что сфера её приложимости к другим наукам (физике в первую очередь) существенно сокращается.

Третье исторически открывшееся значение логики заключается в её способности дисциплинировать («логизировать») всякое знание. Первым таким знанием стала геометрия. Её логизация (приведение в систему) была проведена Евклидом в его «Началах» – сочинении, изданном в 300 году до н.э. Это сочинение Евклида стало на более чем две тысячи лет образцом правильного, логичного, строгого изложения всякого теоретического научного знания. По примеру «Начал» Евклида было написано и основное сочинение И. Ньютона – «Математические начала натуральной философии» (1687), в котором была представлена система классической (ньютоновской) механики и которое, в свою очередь, стало образцом для изложения многих других теорий математической физики (термодинамики, электродинамики, квантовой механики и др.)

В этом и заключается главное значение логики – быть **средством дисциплинирования ума**, то есть его формирования, оформления, организации. Логика – дисциплина, организующая (дисциплинирующая) изложение всех научных знаний.

Человек мыслит благодаря неким умственным (ментальным) структурам (формам), которым, как считает наука, соответствуют некие нейрофизиологические образования (структуры), не осознаваемые человеком. В результате изучения логики ум, его неосознаваемые ментальные структуры, так перестраиваются и достраиваются, что его продукт – осознаваемое мышление (последовательность мыслей) – становится логичным, то есть определённым, последовательным и доказательным.

Требования определённости, последовательности и доказательности суть логические требования, или логические правила, которые могут быть переформулированы как запреты. Запреты неопределённости (в том числе несамотождественности), непоследовательности (и противоречивости), бездоказательности (и произвольности) мышления суть логические запреты, дисциплинирующие ум и мышление.

Конечно, средством дисциплинирования ума является не только логика, но и игры, в которых существуют чёткие правила, например, шахматы. Однако шахматы имеют частное значение, тогда как логика – общее. Учебная игра «диалектика», изобретённая греческими софистами, более практична и универсальна, чем игра в шахматы.

Ещё больше, чем логика, дисциплинирует ум математика. Однако математика слишком абстрактна и сложна по сравнению с логикой. Математический язык, математика в её вершинах доступна далеко не всем, логика же – всем, кто владеет родным языком. Кроме того, сама математика дисциплинирована логикой.

Любая наука дисциплинирует ум, но лишь потому, что она сама дисциплинирована, оформлена, систематизирована логикой. Ф. Шеллинг, Г. Гегель и другие мыслители считали конкретные науки видами *практи-*

ческой логики, то есть прикладной логикой. Науки так и называют «научными дисциплинами». Это значит, что их эмпирическое содержание, или *материя*, то есть содержание, почерпнутое из опыта, материал, дисциплинировано – оформлено, систематизировано, удостоверено – логикой, Логосом (логическим Разумом). Вот почему многие науки содержат в своём названии корень «логос» (биология, психология и др.)

И вот почему для дисциплинирования ума лучше всего обратиться к самому этому источнику, общему дисциплинирующему началу всех наук. К тому же логика ближе, чем, например, шахматы, математика и другие науки, стоит к нашей повседневной жизни. Ведь её стихия – слово, речь, родной язык.

Термин «дисциплина» имеет тот же смысл и в обыденной жизни, например, в армии. В армии, как и в других коллективах, дисциплина существует, если командир, командующий, начальник – начальствующий логос, разумное начало (в лице командира) – подчиняет себе, оформляет коллектив, то есть скрепляет его элементы – отдельных индивидов. Он оформляет, организует «человеческий материал», который, если предоставить его самому себе, не станет коллективной единицей, способной достичь военную цель, смертельно рискуя при этом. Организация, сдерживающая форма, превращает совокупность индивидов в единство, организм, способный как целое выполнять возложенные на него непростые задачи, непосильные для обособленных неорганизованных индивидов. Армия без дисциплины небоеспособна.

Так и отдельный человек тем меньше пригоден к общественной (всеобщей) жизни, тем более является «идиотом» (этим словом в его исторически первом, греческом значении называли человека, уклоняющегося от участия в общественной жизни своего города-государства), чем менее он дисциплинирован, чем менее способен подчиняться общим (общественным) запретам. Внешняя, социализирующая дисциплина – начало дисциплины внутренней, умственной, логической. Логос, логика – источник любой дисциплины. Дисциплинирование – оформление, введение материи в принятую, традиционную (открытую греками) логическую форму.

Однако, как это видно уже на примере армейской дисциплины, возможны конфликты между материей (и, в частности, волей индивида) и общей формой (в частности, законами, которым должны подчиняться многие индивиды), их несоответствие друг другу. Например, логическая дисциплина подавляет свободу языкового творчества (свободу образовывать неправильные, пустые, ложные имена и предложения) и свободу интуиции вообще. Логическая форма – прокрустово ложе знания и ума. Материя – творческое начало, которое ограничивается логической формой её выражения. Конфликт математической материи и логической формы выражается упомянутой выше теоремой Гёделя о неполноте. Конфликт материи (производительных сил) и формы (производственных отношений) выражен в философии истории (историософии) К. Маркса.

В разрешении таких конфликтов может помочь и обычно помогает логика, софистические средства вообще (вспомним, что логика появилась как одно из средств софистического убеждения). Будучи рационально-убедительным, логическое мышление непосредственно действует на мышление отдельных индивидов, устанавливая согласованность, когерентность последовательностей индивидуальных мыслей. Поэтому логическое мышление является *общезначимым* и *всеобщим* мышлением, или Логосом, способным отрываться от индивидов (Петра и Павла) и жить в текстах, машинных программах и машинах (компьютерах), то есть в технике.

Однако надо знать, что возможности логики ограничены, и там, где противоречие между материей и формой не преодолевается средствами убеждения, могут помочь иные средства, рассмотрение которых не входит в задачи логики.

При переходе к следующим главам надо иметь в виду, что разрыв между логикой (диалектикой), о которой велась речь в данной главе (особенно в первом параграфе), и предельно абстрактными основаниями логики, которым посвящена вторая глава, если он и будет усмотрен кем-то, на самом деле является кажущимся. Его легко устранить, найдя предметы 1) диалектики, или хотя бы майевтики, 2) оснований логики и 3) исторической логики, изложение которой начинается с третьей главы. Предмет диалектики (древней логики, майевтики) – это, конечно, методы правильного убеждения (ирония, приведение к самопротиворечию, индукция и др.) С более поздней точки зрения, главным методом убеждения является правильное умозаключение с истинными посылками. Умозаключение как таковое, наряду с суждением и понятием, и является одним из главных предметов классической логики. Рассмотрение суждений и понятий вызвано тем, что умозаключения строятся из суждений, а суждения – из понятий. По этой причине основания классической логики имеют дело с идеальными (мысленными) предметами (образами понятий) как с элементарными (неделимыми) логическими единицами.

II

ОСНОВАНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

§ 4.
Предмет и метод логики. Логическая материя предмета

Вопросы о предмете и методе науки суть вопросы «Что изучает наука?» и «Как наука изучает свой предмет?» Первый предмет логики (а точнее говоря, оснований логики) – **предмет**. То есть предмет как таковой, предмет вообще, неопределённый предмет, общий, или универсальный, предмет; любой предмет, поскольку он не определён, не назван. Всякая другая наука имеет определённый (более определённый) предмет. Поэтому наука логики – *общая* наука, основание и начало всех других, *частных*, наук: физики (предмет которой – природа), биологии (предмет которой – живая природа), геологии (изучающей землю), психологии (науки о душе) и т.д.

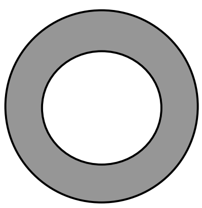
Назовем этот универсальный предмет логики **универсумом**, а также дадим ему простое имя *I*. Его можно было бы назвать также **неопределённой монадой** (гр. *monas* единица).

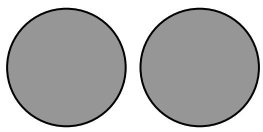
Метод (гр. *methodos* исследование) логики есть совокупность мыслительных действий, в результате которых получаются новые (определённые) предметы из первого, неопределённого предмета или из других, уже полученных, предметов. Эти действия называются *анализом* и *синтезом*.

Анализ (гр. *analysis* разбор, разложение, расчленение, деление, выделение) есть выделение части или частей данного предмета.

Выделенная анализом часть универсального (вполне неопределённого) предмета есть уже некоторым образом (частично, не вполне) определённый предмет. Такой предмет изображают кругом или более сложной геометрической фигурой.

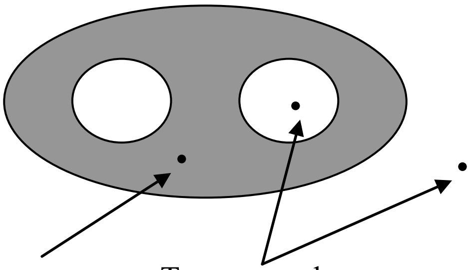
Например, кольцо (круг с дыркой) или два круга – более сложная фигура. Круг с двумя дырками или три круга – ещё более сложная фигура.





Для изображения круга (геометрической фигуры) рисуется окружность (кривая замкнутая линия), и окружность есть то, что видно непосредственно на чертеже. Однако, видя окружность, надо считать её иллюзией и мыслить круг – совокупность точек плоскости, расположенных *внутри* окружности. Это означает, между прочим, что круги никогда не могут касаться друг друга, не могут иметь только одну общую точку, даже если ограничивающие их окружности касаются (имеют одну общую точку).

Точка, находящаяся в центре кольца (или, вообще, в «дырке» кольца), находится внутри окружностей, ограничивающих кольцо, но **не внутри**, а **вне** кольца!



Необходимо ещё представить наглядно универсум и выразить его графически в виде диаграммы (иконы). Поскольку он неопределён, неограничен, бесконечен и не является частью никакого другого предмета (больше него нет ничего), его не следует изображать каким-либо конечным рисунком на чертеже. Можно считать изображением универсума бесконечную плоскость чертежа (на которой может быть изображено всё что угодно или не изображено ничего).

Очевидно, что такая идея изображение универсума нереализуема, он не может быть дан чувственному восприятию целиком (а всё, что может быть дано чувственному восприятию, не может служить его изображением). Иными словами, универсум невыразим вполне, и его изображение видимой частью чертежа должно быть дополнено умственным представлением бесконечности чертежа как возможности неограниченно продолжать его во всех направлениях.

Всю плоскость, «изображающую» универсум, то есть неопределённый предмет, можно ещё представить как бесконечно большой круг – предел бесконечной последовательности расширяющихся концентрических кругов, изображающих частично определённые предметы. Такое представление, отчасти зрительное и отчасти умозрительное, более последовательно, так как сохраняет идею представлять предметы кругами: конечными, бесконечно большим и, как то пригодится в дальнейшем, бесконечно малым.

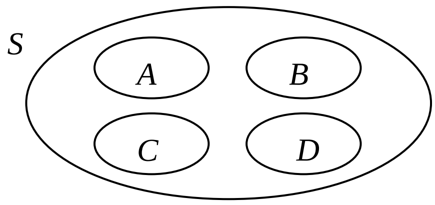
Так первый предмет оснований логики, являясь предметом, получает некоторую (минимальную) необходимую определённость и вместе с тем сохраняет принципиальное отличие от своих возможных правильных частей.

Логической **материей** (лат. *materia* вещество), или содержанием, предмета называется *совокупность* частей предмета, полученных его анализом. Эти части предмета тоже являются предметами и называются **элементами материи** (исходного) предмета.

Слово «совокупность» (использованное в определении материи) предполагает, что отношения между составляющими её элементами (в данном случае – элементами материи) не имеют значения и остаются неопределёнными. Совокупность не есть целостность, не есть предмет, а есть *непредмет*. Следовательно, **материя есть непредмет**.

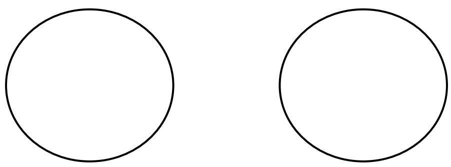
Совокупность можно мыслить как предмет, но тогда её надо было бы назвать иначе: целокупностью.

Совокупность предметов, например, *A, B, C, D*, в математике выражается списком имён этих предметов $\{A, B, C, D\}$. Поэтому и материя предмета S, элементами которой являются предметы *A, B, C, D*, выражается тем же списком $\{A, B, C, D\}$.



Однако в любом списке, выражающем совокупность, имена так или иначе упорядочены, то есть отношения (порядка) между ними заданы. Поэтому совокупность (следовательно, и материя предмета) может только мыслиться и не может быть вполне выражена: при её изображении мы привносим в совокупность (в материю) некоторый порядок (форму). Фигурные скобки, ограничивающие список, предписывают мыслить элементы списка вне какого бы то ни было порядка, то есть как строгую (вполне бесформенную) совокупность.

Синтез (гр. *synthesis* составление, соединение, сочетание) есть мышление (совокупности) предметов как единого *целостного* предмета, частями которого являются исходные предметы.



На этом рисунке мы видим два круга (две фигуры), два предмета. Однако с некоторым дополнительным мыслительным усилием (которое желательно осознать) можно мыслить их как одну сложную фигуру, состоящую из двух кругов, или один сложный предмет, состоящий из двух частей. Это мыслительное усилие и называется синтезом.

Корень «целое» в словосочетании «целостный предмет», которое использовано в определении синтеза, предполагает, что отношения между частями предмета (элементами его материи) имеют значение и определяются (задаются) действием синтеза. Поэтому синтез есть соединение предметов (элементов) в единство путем примысливания отношений между ними, синтез превращает совокупность в *целокупность* – сложный предмет. Элементы совокупности при этом мыслятся уже как связанные друг с другом отношениями.

Материя предмета (совокупность его материальных элементов) есть результат его анализа. Вместе с тем всякий сложный предмет можно мыслить как результат синтеза элементов его материи, – синтеза его материи. Таким образом, анализ и синтез суть взаимно обратные логические действия, разрушающее целостность и созидающее (творческое) соответственно.

Пример. Рассмотрим такой предмет, как слово «ранг». Его материя есть $\{а, г, н, р\}$. Рассмотрим также другой предмет – другое слово, «гран». Он имеет ту же материю, что и первый. Отличаются эти предметы порядком следования их материальных элементов (букв в данном случае), то есть формой. Различие между ними не материальное, но *формальное*.

§ 5.
Логическая форма.
Материализация и формализация

Формой (лат. *forma*; греч. *morphē* вид, форма) предмета называется способ синтеза предмета из элементов его материи, задающий те или иные (определенные) отношения между этими элементами. Иными словами, это способ упорядочения (порядок – вид отношения), соположения его материальных элементов, задаваемый совокупностью отношений между ними.

Предмет есть единство его материи и формы. Материя и форма суть материальный и формальный аспекты (стороны) всякого предмета. Отсюда следует, что **материя и форма не являются предметами**.

Материя и форма не являются предметами (являются *непредметами*, материальной и формальной причинами существования предметов). Однако выразить их мы можем только как предметы – с помощью диаграмм, формул или грамматических предложений (предложений естественного языка). Неизбежно то, что при выражении материи мы опредмечиваем её путём оформления (формализации), а при выражении формы опредмечиваем её путём материализации.

Невозможно *выразить* форму и материю (предмета) отдельно друг от друга, передать представление о форме без посредства материальных элементов той или иной природы или представление о материи посредством элементов, не находящихся в том или ином отношении друг к другу. Однако, как полагал Аристотель, *мыслить* невыразимое – форму отдельно от материи – можно. Мысленное отвлечение формы предмета (как совокупности отношений между элементами его материи) от его материи (элементов материи предмета – соотносимых сторон этих отношений) называется *абстрагированием*. Можно верить в то, что в «остатке» абстрагирования получается материя (непредмет).

Предметы, имеющие тождественную материю (и, может быть, отличающиеся формой), называются **изоматериальными** (гр. *isos* равный, одинаковый, подобный).

Трансматериализация предмета есть действие, изменяющее (или не изменяющее) материю предмета, но не изменяющее его форму. Иными словами, это действие, производящее изоморфный предмет из данного предмета путём замены всех или некоторых элементов его материи. Трансматериализация сводится к подстановке элементов материи предмета.

Пример. Преобразование слова «гран» в слово «кран», «уран», «грач», «град» или «граф».

Кому-то будет трудно понять, почему слова-предметы «гран» и «кран» не отличаются формой. Они отличаются только одной буквой («г» заменили на «к»), порядок же следования букв, а следовательно, форма слова, осталась неизменной. Логическую форму нельзя подменять графической (как в данном случае), геометрической или т.п. С логической точки зрения, элементы «г» и «к» являются простыми предметами (предметами, в которых не выделены части), следовательно, они отличаются не формой, а материей. Поэтому и словесные предметы «гран» и «кран» отличаются только материей.

Предметы, имеющие тождественную форму (и, может быть, отличающиеся материей), называются **изоморфными**.

Трансформация предмета есть действие, изменяющее (или не изменяющее) форму предмета, но не изменяющее его материю. Иными словами, это действие, производящее изоматериальный предмет из данного предмета путём изменения отношения между элементами его материи. В частности, трансформацией является *перестановка* элементов материи предмета.

Пример. Преобразование слова «ранг» в слово «гран» путём перестановки букв.

Поскольку результатом анализа предмета является его материя, анализ может быть назван **материализацией предмета**. Материализация – действие над предметом, и её результат – материя предмета (не предмет, но совокупность предметов – элементов материи). Материализация в этом смысле предстает как уничтожение формы предмета, разрыв связей (отношений) между его (материальными) элементами.

Обычно же под материализацией понимают действие над материей (непредметом) – **опредмечивание материи**, то есть **материализацию формы**, то есть оформление материи, которое было названо в § 4 синтезом (предмета).

Поскольку синтез есть оформление, формирование, придание формы бесформенной совокупности элементов материи, его ещё можно назвать **формализацией материи**. Формализация – действие над материей (не предметом, но совокупностью предметов – элементов материи), и её результат – предмет.

В традиционных учебниках логики главный метод логики называют *формализацией*, а потому и называют логику формальной. При этом формализацию понимают не как синтез предмета, а как отделение (абстрагирование) от предмета (каковым является мысль) его формы с целью изучения одной лишь этой формы, якобы в отрыве от материи. Поэтому и предмет логики определяют не как мышление, а как формы мышления. Но это не вполне правильно: говоря строго логически, форма не является предметом, а предмет невозможно дематериализовать с целью изучения его «чистой» формы. Для изучения его формы его можно лишь трансматериализовать.

Действие, подразумеваемое в учебниках под названием формализации, есть на самом деле **трансматериализация**, при которой исходные элементы материи предмета заменяются наиболее лёгкими (наименее инерционными и потому наиболее удобными в целях исследования) материальными элементами – **письменными знаками**. Иными словами, трансматериализация *переносит форму* исследуемого предмета на материю письменных знаков.

Результат такого переноса называется **формулой** (лат. *formula* форма, определенное правило).

Трансматериализация есть действие, которое может служить для **логического** определения метода моделирования, то есть для раскрытия его сущности в логических терминах материи и формы: трансматериализация переводит предметы в виртуальное логическое пространство, в котором совершаются их трансформации. Для вывода предметов из виртуального пространства совершается их обратная трансматериализация. В этом, в частности, заключается общая идея компьютера.

Таким образом, развернутое определение логики содержит неявные определения компьютера и моделирования (в его логическом образе).

§ 6.
*Монада и диада. Аксиома диады

Монада (гр. *monas, monados* единица, неделимое) – простейший предмет, не подвергнутый анализу и в этом смысле не имеющий частей (или имеющий одну часть, тождественную целому).

Простейший **первый** предмет, или универсум, можно назвать неопределённой монадой. Его изображают *плоскостью* (см. § 4). **Определённую** монаду изображают частью плоскости – *кругом* или более сложной фигурой (например, кольцом или двумя кругами). В качестве **простых имён** монад будем использовать буквы *S*, *P*, *M*. Букву-имя можно писать где угодно, но так, чтобы было ясно, к какому кругу она относится.

Диада (гр. *dias*, *diados* двóица, двойка, пара) – предмет, единственными элементами материи которого являются две монады. Иными словами, это предмет, состоящий из двух монад (или имеющий только две части). Из монад *S* и *P*, то есть из материи $\{S, P\}$, можно образовать более чем одну диаду. Эти диады будут отличаться друг от друга только формой, то есть отношением между составляющими их монадами. В классической логике *существенны* лишь те отношения между предметами (в данном случае – монадами), которые выражаются в логических терминах (логических отношениях) «часть», «целое», «равенство» («равно», «есть») и «неравенство» («не равно», «не есть»).

Всего существует пять изоматериальных диад. Им даются простые имена-**номера** 1, 2, 3, 4, 5, которые служат также именами-номерами отношений между монадами (предметами). Отношения между монадами имеют ещё традиционные имена: «равенство», «подчинение» и др.

Пронумеровать пять предметов (диад) можно 5! = 120 способами, из которых выбран один. Этот выбор имеет метафизическую мотивацию – представление о развитии сущего как раздвоении единого простого Начала. Первый номер присваивается состоянию полного единства, то есть двум равным монадам. Второй номер даётся состоянию, когда рождённая вторая монада (*S*) ещё подчинена первой (*P*). Третий номер фиксирует состояние начала расхождения двух монад. Четвёртый номер показывает состояние, когда вторая монада развилась настолько, что подчиняет себе первую. Пятый номер соответствует максимальному расхождению (отчуждению друг от друга) двух монад.

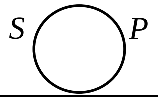
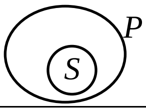
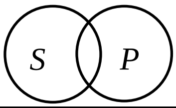
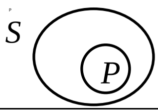
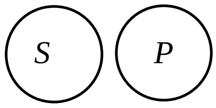
Это рассуждение оправдывает выбранный французским математиком Ж.Д. Жергонном (1771–1859) порядок диад, представленный в таблице 6. Пять рассмотренных отношений между предметами (монадами) называю жергонновыми отношениями.

В отличие от простого имени (номера), **формула** диады – это её сложное имя-описание. Формула (описание) диады складывается из имен монад *S* и *P* и имени-номера отношения между ними. Таким образом, формула диады выражает её материю и форму.

Исчерпывающие сведения о диадах представлены в следующей таблице.

Таблица 6

Диады

Диаграмма диады	**Номер диады**	**Формула диады**	**Традиционное имя отношения между монадами**	**Описание диады в логических терминах**
	1	$S1P$	Равенство (S равно P)	$S = P$
	2	$S2P$	Подчинение себя (S подчиняется P)	$S = \mu\, P$ $S \neq \mu\, P$
	3	$S3P$	Пересечение (S пересекает P)	$\mu\, S = \mu\, P$ $\mu\, S \neq \mu\, P$
	4	$S4P$	Подчинение себе (S подчиняет P)	$\mu\, S = P$ $\mu\, S \neq P$
	5	$S5P$	Несовместимость (S несовместимо с P)	$S \neq P$

В последнем столбце таблицы даются описания диад (и отношений между монадами) в логических терминах. Для выражения части используем греческую букву μ (гр. *μέρος* часть) которую будем читать как «часть». Так, выражение $\mu\, S$ читается «часть S», S – как «S» (в смысле «целое S»).

Знак равенства = выражает отношение между равными монадами (предметами), знак неравенства ≠ выражает отношение несовместимости (и только его).

Чтобы понять, что означает, например, запись $S = \mu\, P$, определяющая отношение подчинения монады S монаде P, надо мыслить третий круг на диаграмме 2, равный кругу S и являющийся часть круга P. Подобным образом и на диаграмме 3 надо мыслить не одну, а две линзы. Одна из них является частью круга S, а другая – частью круга P. Эти фигуры (линзы) равны точно так же, как равны круги S и P на диаграмме 1.

Описания в нижних полустроках строк 2, 3 и 4 являются альтернативными, основывающимися на отношении несовместимости. Они необязательны и приведены для соответствия с традицией, которое обнаружится в разделе IV. Прочие описания достаточны, и каждое из них описывает только одно из пяти отношений.

Таблица 6 выражает аксиому оснований логики (гр. *axiōma* очевидная истина, принимаемая без доказательства), которую можно выразить по-разному:

– существует ровно 5 изоматериальных диад (диад, имеющих одну и ту же материю), изображённых в таблице 6;

– существует ровно 5 форм диады, изображённых в таблице 6;

– всякая диада изоморфна диаде 1, 2, 3, 4 или 5, изображённой в таблице 6;

– любые две монады равны, либо первая подчиняется второй, либо они пересекаются, либо первая подчиняет вторую, либо они несовместимы, а шестого не дано.

Источник этой аксиомы – *интуиция*, или умозрение.

§ 7.
*Конверсия диады

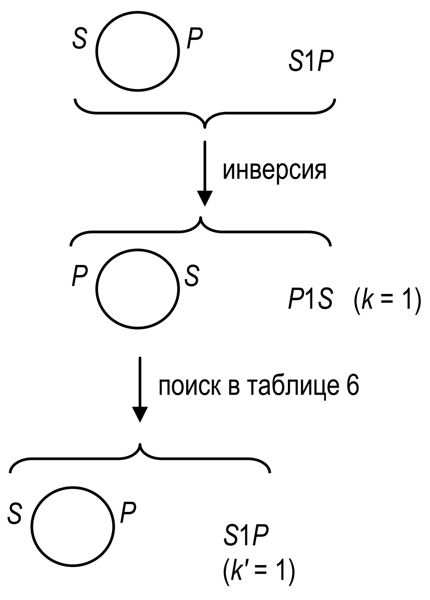
Договоримся о сокращении речи, состоящем в замене всех или части номеров 1, 2, 3, 4, 5 одной буквой k (или i, j, k'). Например, вместо того, чтобы говорить «$S1P$, $S2P$, $S3P$, $S4P$ или $S5P$», будем говорить «SkP», имея в виду, что k есть 1, 2, 3, 4 или 5.

В логике возникает вопрос, связанный с **инверсией** имени диады SkP, то есть с перестановкой в этом сложном имени-описании простых имён (букв) S и P её монад. В результате инверсии имени SkP получится имя PkS, и вопрос заключается в том, именем какой диады оно является. Поскольку диада PkS имеет ту же материю $\{S, P\}$, что и диада SkP, её, в силу аксиомы диады, надо искать среди диад таблицы 6. В этой таблице она будет иметь имя $Sk'P$.

Если при этом окажется, что $k = k'$, то диада называется **симметричной**. Если же $k \neq k'$, то диада **несимметрична**. Диады SkP и $Sk'P$ в случае $k \neq k'$ можно назвать **противоположными**.

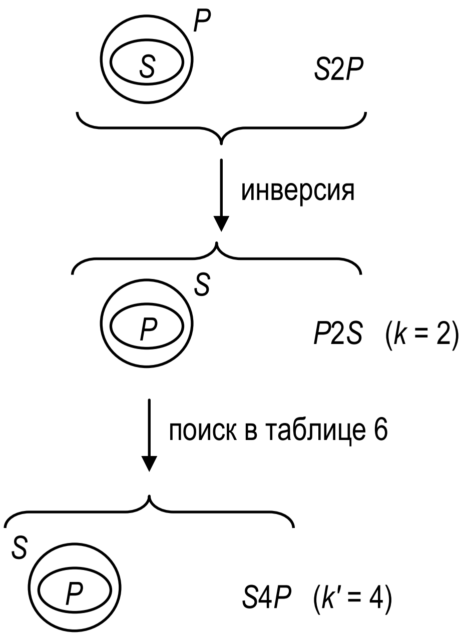
В результате инверсии, произведённой в имени и диаграмме, получаются два различных имени $Sk'P$ и PkS одной и той же диады. Такие имена называются синонимами (§ 22). Запишем это в виде так называемой **схемы инверсии диады** $Sk'P$. Схема имеет вид $\frac{Sk'P}{PkS}$ и читается «Если $Sk'P$, то PkS».

Пример 1. Инвертируем диаду 1, то есть её диаграмму и имя.



Этой инверсии соответствует схема конверсии $\frac{S1P}{P1S}$, которая говорит о том, что имена $S1P$ и $P1S$ – синонимы (см. § 22). Поскольку $k = k'$, диада $S1P$ симметрична. Поэтому в результате инверсии диады $S1P$ получилась схема конверсии этой же диады.

<u>Пример 2</u>. Инвертируем диаграмму и имя диады 2.



Этой инверсии соответствует схема конверсии $\frac{S4P}{P2S}$, которая говорит о том, что имена $S4P$ и $P2S$ являются синонимами. Поскольку $k \neq k'$, диада $S4P$ несимметрична. Поэтому в результате инверсии диады $S2P$ получилась схема конверсии противоположной диады $S4P$.

Таким образом, в результате конверсии симметричной диады получаем ту же диаду, а в результате конверсии несимметричной диады получаем противоположную диаду.

Схемы инверсии приведены в таблице 7.1.

Таблица 7.1.

Инверсия диад

Номер диады	**Имена-синонимы**	**Схема инверсии**	**Традиционное чтение схемы инверсии**
1	$S1P$ $P1S$	$\frac{S1P}{P1S}$	Если (предмет) S равен P, то P равен S

2	$S2P$ $P4S$	$\dfrac{S2P}{P4S}$	Если S подчиняется P, то P подчиняет S
3	$S3P$ $P3S$	$\dfrac{S3P}{P3S}$	Если S пересекает P, то P пересекает S
4	$S4P$ $P2S$	$\dfrac{S4P}{P2S}$	Если S подчиняет P, то P подчиняется S
5	$S5P$ $P5S$	$\dfrac{S5P}{P5S}$	Если S несовместим с P, то P несовместим с S

Содержание этой таблицы *выведено* из содержания таблицы 6, которое выражает аксиому логики, и из описанной процедуры получения схемы инверсии. Поэтому схемы инверсии суть **теоремы** оснований логики.

Вернёмся теперь к вопросу, поставленному в самом начале: именем какой диады является инвертированное имя? Определим логическую **конверсию** (лат. *conversio* изменение), или **обращение**, диады как её трансформацию, соответствующую инверсии её имени. (Трансформация может быть и тождественной, или единичной, то есть не меняющей формы).

Такое «определение» конверсии становится вполне ясным, если дополнить его данным выше описанием процедуры, в результате которой получаются схемы инверсии. Это описание должно рассматриваться как часть в целом математического, «операционального» определения конверсии.

Инверсия имени SkP даёт имя PkS. Оно является именем диады $Sk'P$, которая находится из таблицы инверсии диад.

Таблица 7.2.

Конверсия диад

Номер конвертируемой диады	**Имя конвертируемой диады**	**Инвертированное имя**	**Номер диады – результата конверсии**
1	$S1P$	$P1S$	1
2	$S2P$	$P2S$	4
3	$S3P$	$P3S$	3
4	$S4P$	$P4S$	2
5	$S5P$	$P5S$	5

Пример 3. Инвертировав имя диады $S1P$, получим имя $P1S$, которое, согласно таблице 7.1, есть имя диады $S1P$. Таким образом, диада $S1P$ конвертируется в (ту же) диаду $S1P$.

Пример 4. Инвертировав имя диады $S2P$, получим имя $P2S$, которое, согласно таблице 7.1, есть имя диады $S4P$. Таким образом, диада $S2P$ конвертируется в (другую) диаду $S4P$.

Результаты конверсии диад приведены в таблице 7.2.

Конверсия не изменяет материю диады, однако может изменить форму диады, поэтому в результате конверсии получается та же или другая изоматериальная диада. В результате конверсии изменяется форма только несимметричной диады.

§ 8.
*Триада. Аксиома триады

Триада (гр. *trias, triados* тройка, тро́ица) – предмет, состоящий из трёх монад.

Назовём монады именами S, P, M. В составе триады можно мыслить три диады MiP (i = 1, 2, 3, 4, 5), MjS (j = 1, 2, 3, 4, 5), SkP (k = 1, 2, 3, 4, 5). Сложное имя, описывающее триаду, составим из имён этих диад:

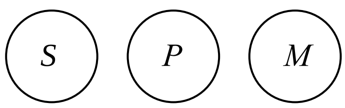
$$\begin{matrix} MiP \\ MjS \\ SkP \end{matrix}$$

(здесь записано одно имя триады, состоящее из трёх строк).

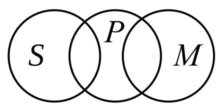
Всего существует $5^3 = 125$ имён триад, имеющих материю $\{S, P, M\}$, – имён, составленных из букв S, P, M и номеров 1, 2, 3, 4, 5.

Прямая задача оснований логики заключается в том, чтобы для данной (изображённой на диаграмме) триады найти её имя-описание.

Примеры.



$$\begin{matrix} M5P \\ M5S \\ S5P \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} M3P \\ M5S \\ S3P \end{matrix}$$

Прямая задача разрешима для любой данной триады. Какова бы она ни была, мы всегда можем найти отношения между составляющими её монадами и вписать номера этих отношений в имя-описание триады.

Обратная задача оснований логики заключается в том, чтобы представить (изобразить) триаду, имеющую данное имя-описание.

Примеры. Для имён

$$\begin{matrix} M5P & & M3P \\ M5S & \text{и} & M5S \\ S5P & & S3P \end{matrix}$$

эта задача разрешима (см. диаграммы предыдущего примера).

Для имён

$$\begin{matrix} M3P & & M2P \\ M1S & \text{и} & M4S \\ S5P & & S1P \end{matrix}$$

эта задача не имеет решения.

Примеры показывают, что обратная задача, в отличие от прямой, разрешима только для некоторых имён и неразрешима для других имён. Следовательно, число триад меньше, чем число имён триад.

В случаях, когда обратная задача неразрешима, говорят, что одна диада **несовместима** с двумя другими диадами.

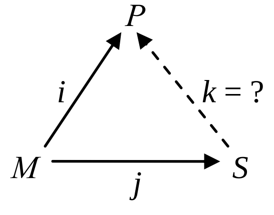
Пример. Предыдущие примеры показывают, что диада $S5P$ несовместима с диадами $M3P$ и $M1S$, а диада $S1P$ – с диадами $M2P$ и $M4S$ (диады $M2P$ и $M4S$ образуют триаду, в которую не «вписывается» диада $S1P$).

Если обратная задача не имеет решения (некорректна), то соответствующее имя не является именем ни одной триады и называется **пустым**, **ложным** или **неправильным** именем.

Основная задача оснований классической логики заключается в нахождении всех правильных (истинных) имён триад и может быть поставлена следующим образом.

Если даны отношение *i* между монадами *M* и *P* и отношение *j* между монадами *M* и *S*, то какие возможны отношения *k* между монадами *S* и *P*?

Эта задача, или основной вопрос оснований классической логики, выражается следующей диаграммой.

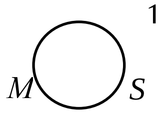
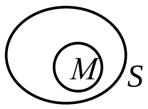
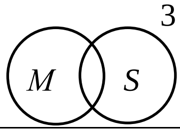
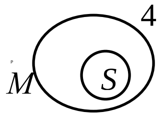
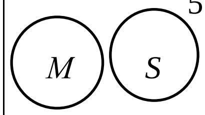
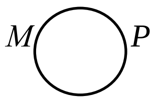
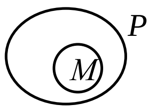
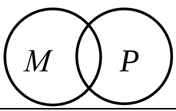
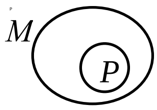
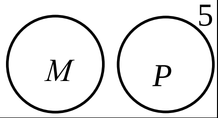


Ту же задачу можно сформулировать иначе: найти все номера k диады SkP, совместимой с данными диадами MiP и MjS.

Ответ на основной вопрос классической логики даётся следующий таблицей.

Таблица 8

Триады

j / *i*	1 	2 	3 	4 	5 
1 	1	4	3	2	5
2 	2	1 2 3 4	2 3	2	2 3 5
3 	3	3 4	1 2 3 4 5	2 3 5	2 3 5
4 	4	4	3 4 5	1 2 3 4 5	5
5 	5	3 4 5	3 4 5	5	1 2 3 4 5

Рассмотрим, например, клетку таблицы, находящуюся на пересечении 3-й строки ($i = 3$) и 2-го столбца ($j = 2$). Номера 3 и 4 в ней говорят о том, что, если $M3P$ и $M2S$, то $S3P$ или $S4P$. Иными словами, если M пересекает P и подчиняется S, то S пересекает или подчиняет P.

По таблице 8 легко восстановить все правильные имена триад (можно сказать, что эти имена неявно содержатся в таблице).

Задание. Записать имена триад, соответствующие клетке $i = 3$, $j = 2$. (Использовать общую форму имени триады, приведённую в начале этого параграфа).

Таблица 8 показывает, что существует ровно 54 правильных имён-описаний триад (их столько, сколько номеров во всех клетках таблицы). Следовательно, для данной материи $\{S, P, M\}$ существует всего 54 триады. В этом и заключается вторая аксиома оснований логики, называемая **аксиомой триады**. Кратко её можно выразить следующим образом.

Существует ровно 54 формы триады.

Или, иначе: **всякая триада изоморфна одной из 54-х триад**.

Иными словами, **существует ровно 54 изоматериальных триады**.

В таком случае эту аксиому, как и аксиому диады, можно назвать *аксиомой существования* (*экзистенциальной аксиомой*).

§ 9.
*Модальные аксиомы и схемы триад. Практически-логическое применение аксиом триады

Вместе с одной экзистенциальной аксиомой триады таблица 8 позволяет сформулировать еще 54 аксиомы триады (по числу номеров в клетках таблицы), которые можно назвать аксиомами модальности (необходимости и возможности), или *модальными аксиомами*.

Например, в клетке (i = 3, j = 2) таблицы 8 содержатся два номера, поэтому ей будут соответствовать две аксиомы:

(1) Если $M3P$ и $M2S$, то, возможно, $S3P$;

(2) Если $M3P$ и $M2S$, то, возможно, $S4P$.

Клетке (i = 4, j = 2) соответствует одна аксиома «Если $M4P$ и $M2S$, то (необходимо) $S4P$».

Модальные аксиомы триады удобно выражать с помощью *схем триад*. Общая схема триады имеет вид

$$\begin{array}{c} MiP \\ MjS \\ \hline (\lozenge)SkP \end{array}.$$

Черта является необходимым элементом всякой логической схемы (вспомните схемы конверсии диад) и имеет смысл союза «если…, то…» («следовательно»). Символ ◊ («диамант») выражает модальный оператор возможности и читается «возможно» («вероятно»).

Тогда аксиомы клетки (i = 3, j = 2) можно записать двумя схемами,

$$\begin{array}{c} M3P \\ M2S \\ \hline \lozenge S3P \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{c} M3P \\ M2S \\ \hline \lozenge S4P \end{array}.$$

Аксиома клетки (i = 2, j = 4) записывается схемой без модального оператора (ибо в этой клетке всего один номер)

$$\begin{array}{c} M2P \\ M4S \\ \hline S2P \end{array}.$$

Следующие примеры рассуждения, называемого умозаключением, показывают возможность практического использования аксиом триады. Их теоретическое значение обнаруживается далее, в теории простого умозаключения.

<u>Пример 1</u>

Все люди (M) добры (P). $\rightarrow M = \mu P \rightarrow i = 2$.
Некоторые люди (M) – дети (S). $\rightarrow \mu M = S \rightarrow j = 4$.

Все дети (S) добры (P) (?) $\leftarrow S = \mu P \leftarrow k = 2$.

Чтобы решить вопрос о правильности последнего предложения (заключения), примем предмет ‘люди’ (множество всех людей) за монаду M, предмет ‘добрые’ (множество всех добрых существ) – за монаду P, предмет ‘дети’ (множество всех детей) – за монаду S. Тогда предложение «Все люди добры» имеет смысл «Все люди суть (некоторые) добрые», и его можно описать равенством $M = \mu P$, а «Некоторые люди – дети» имеет смысл «Некоторые люди суть (все) дети», и оно описывается равенством $\mu M = S$ (см. таблицу 6). Первому предложению соответствует диада $M2P$ ($i = 2$), а второму – диада $M4S$ ($j = 4$). Этим условиям соответствует клетка таблицы триад, в которой записан номер $k = 2$. Ему соответствует диада $S2P$, описываемая равенством $S = \mu P$. Оно означает «Все дети добры».

<u>Пример 2</u>

Некоторые люди (M) совершенны (P). $\rightarrow \mu M = \mu P \rightarrow i = 3$.
Некоторые люди (M) – молодые люди (S). $\rightarrow \mu M = S \rightarrow j = 4$.

Некоторые молодые люди (S) совершенны (P). $\leftarrow \mu S = \mu P \leftarrow k = 3$.

В соответствующей клетке таблицы триад находится не один, а три номера k (2, 3, 5). Поэтому номер $k = 3$ не необходим, а только возможен. Следовательно, данное рассуждение (умозаключение) **неправильно**, а его заключение не является достоверно истинным. Правильным является следующее исправленное рассуждение (умозаключение).

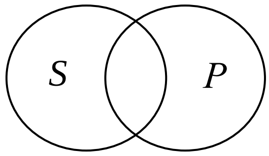
Некоторые люди совершенны.
Некоторые люди – молодые люди.

Возможно, некоторые молодые люди совершенны.

§ 10.
Логические действия с предметами (сложение, умножение и отрицание)

Логические действия с предметами логики, поскольку они мыслительные предметы, суть мыслительные действия.

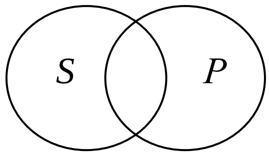
Суммой предметов *S* и *P* называется такой предмет *S*+*P*, что данные предметы *S* и *P* являются его частями. Таким образом, сумма определяется как *синтез* (см. § 4) предметов-слагаемых.



Видите ли вы фигуру, изображающую сумму предметов *S* и *P*? Обведите её контур.

Как показывает определение, имя суммы образуется из имён слагаемых с помощью знака «+».

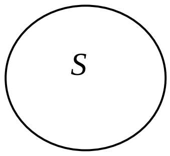
Произведением (результатом умножения) предметов *S* и *P* называется предмет *SP* (или *S*·*P*), равный сумме всех возможных предметов, подчиненных как предмету *S*, так и предмету *P*. Иными словами, произведением предметов является их наибольшая общая часть.



Видите ли вы фигуру, изображающую произведение предметов *S* и *P*? Обведите её контур.

Имя произведения образуется из имён сомножителей с помощью знака умножения «·».

Отрицанием (результатом действия) предмета *S* называется предмет $\overline{S}$, равный сумме всех возможных предметов, несовместимых с предметом *S*. Иными словами, отрицание предмета есть наибольший предмет, несовместимый с данным.



Видите ли вы фигуру, изображающую отрицание предмета *S*? Обведите её контур.

Композицией (лат. *compositio* сочетание, составление, соединение, связь) предметов назовём их сложение, произведение или отрицание, а также любое более сложное действие, состоящее из последовательности указанных простых логических действий.

Это определение будет использовано в §§ 28 и 32.

§ 11.
**Изображение логических действий с предметами на диаграмме (метод штриховки). Пустой предмет

Метод штриховки служит для того, чтобы изобразить на диаграмме сумму, произведение и отрицание данных предметов.

Чтобы найти на диаграмме изображение суммы и произведения, фигуру, изображающую один из данных предметов, заштриховывают вертикальной штриховкой. Фигуру, изображающую другой предмет, заштриховывают горизонтальной штриховкой.

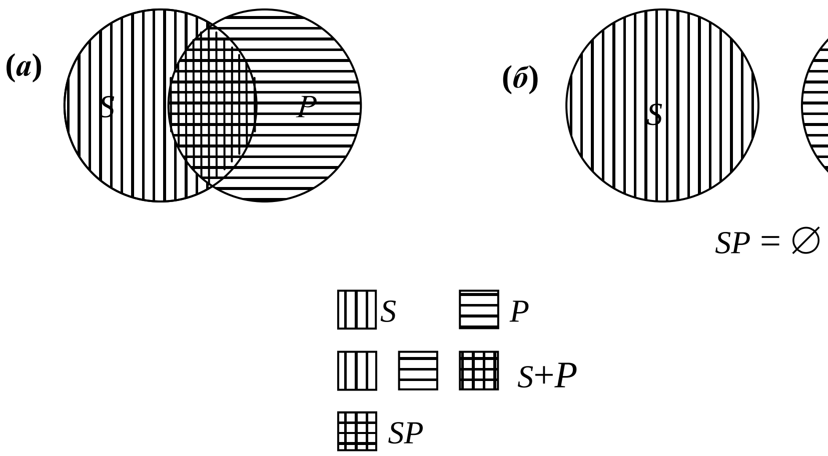
В случае наложения двух видов штриховки появится фигура, заштрихованная третьим видом штриховки – двойной штриховкой, или в клетку. Из определений суммы и произведения следует:

Изображением суммы является заштрихованная часть плоскости, то есть фигура, заштрихованная всеми возможными в данном случае видами штриховки. Изображением произведения является фигура, заштрихованная двойной штриховкой.

Из определения отрицания предмета следует:

Для изображения отрицания предмета, данного в виде фигуры, заштриховывается часть плоскости, внешняя по отношению к этой фигуре. Заштрихованная фигура изображает отрицание данного предмета.

Пример 1. Изобразим на диаграмме сумму и произведение пересекающихся (*а*) и несовместимых (*б*) предметов *S* и *P*. Условные знаки под диаграммами относятся к обеим (вообще, к любым) диаграммам и представляют собой квадраты с образцами штриховки. Справа от них записаны имена предметов, которые изображаются соответствующими видами штриховки.



Если предметы *S* и *P* несовместимы, как в случае (*б*), то изображающие их фигуры не имеют общей части, и двойная штриховка на диаграмме отсутствует. Однако это не означает, что произведение не существует. В таких случаях говорят, что произведение предметов *S* и *P* есть **пустой предмет**. Его можно определить именно как произведение несовместимых предметов. Будем считать, что есть только один пустой предмет, так же как и универсальный предмет, и дадим ему простое имя ∅.

Пустой предмет можно представить как наименьший предмет, а его диаграмму – как бесконечно малый круг, то есть предел бесконечной последовательности сжимающихся концентрических кругов, не являющийся точкой.

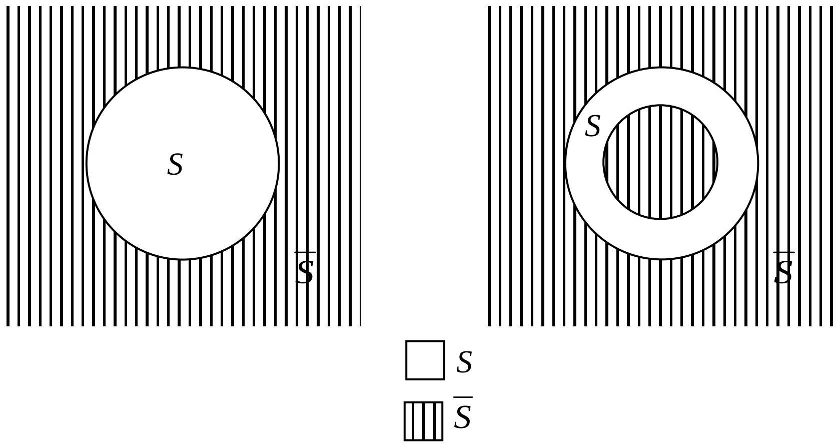
Такой предел обладает существенным свойством сходящихся к нему объектов (кругов) – формой круга (круглостью). Предел бесконечной последовательности сжимающихся концентрических кругов можно мыслить и как точку. В этом случае предел не обладает существенным свойством сходящихся к нему объектов. Является ли представление пустого предмета бесконечно малым кругом или точкой, оно, строго говоря, остаётся неизобразимым, невидимым, не данным чувствам, но только мыслимым. Практическое же изображение точки на чертежах не отличается от изображения бесконечно малого круга. Оно приблизительно, так как является конечным (хотя и малым) контрастным пятном (краски, чернил или т.п.)

Подобным образом универсальный предмет можно представить как наибольший предмет, а его диаграмму – как бесконечно большой круг, или предел бесконечной последовательности расширяющихся концентрических кругов (см. § 4).

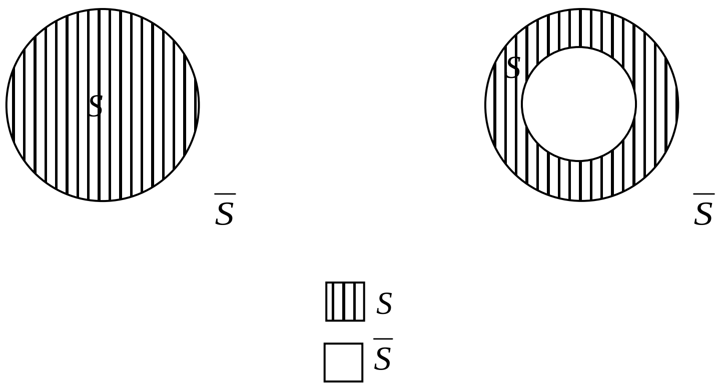
Как написано в § 4, изображением универсального предмета можно также считать всю (бесконечную) плоскость чертежа, отличая её от бесконечно большого круга. В любом случае такое изображение также (как в случае пустого предмета) невидимо, но мыслимо.

<u>Пример 2</u>. Изобразим отрицание предмета S, изображённого на диаграммах кругом и кольцом. Условные знаки под диаграммой показывают, что

предмет S изображен (кругом или кольцом) без штриховки, а его отрицание – вертикальной штриховкой.



Для изображения отрицания можно поступить наоборот и заштриховать фигуру, изображающую отрицаемый предмет. Тогда изображением отрицания будет незаштрихованная часть плоскости.



Контрольные вопросы и задачи к § 11

1. Для чего служит метод штриховки?
2. Что надо сделать, чтобы найти на диаграмме изображение суммы и произведения предметов? Что в результате этих действий является изображением суммы и произведения?
3. Что надо сделать, чтобы найти на диаграмме изображение отрицания предмета? Что в результате этих действий является изображением отрицания?

Задание. Изобразите для данных (в виде диаграммы) предметов *S* и *P* предмет, образованный из них с помощью операций сложения, умножения и отрицания и заданный в виде формулы.

§ 12.
*Логические законы для предметов

С помощью диаграмм (методом штриховки) можно доказать (продемонстрировать) сколь угодно много равенств, выражающих так называемые логические законы (для предметов).

Проверьте следующие теоремы (логические законы для предметов).

1. **Сумма предметов, один из которых – универсальный, равна универсальному предмету**.

$$S + I = I$$

2. **Произведение предметов, один из которых – пустой, равно пустому предмету**.

$$S\varnothing = \varnothing$$

Чтобы применить метод штриховки для проверки этого закона, надо изобразить пустой предмет кругом, а затем представить, что этот круг сжимается в точку (см. § 11).

3. **Сумма предмета и его отрицания равна универсальному предмету**.

$$S + \overline{S} = I$$

Этот закон является прообразом известного в логике *закона исключённого третьего*.

4. **Произведение предмета и его отрицания равно пустому предмету**.

$$S\overline{S} = \varnothing$$

Этот закон является прообразом известного в логике *закона непротиворечия*.

5. **Отрицание пустого предмета равно универсальному предмету**.

$$\overline{\varnothing} = I$$

Чтобы воспользоваться методом диаграмм в этом случае, можно представить пустой предмет («изображаемый» точкой) как предел последовательности бесконечно уменьшающихся концентрических кругов.

6. Отрицание универсального предмета равно пустому предмету.

$$\overline{I} = \varnothing$$

Чтобы воспользоваться методом диаграмм, можно представить универсальный предмет («изображаемый» всей плоскостью чертежа) как предел последовательности бесконечно увеличивающихся концентрических кругов (см. §§ 4, 11).

7. Отрицание отрицания предмета равно ему самому.

$$\overline{\overline{S}} = S$$

Этот закон является прообразом известного в логике *закона двойного отрицания*.

8. Отрицание суммы предметов равно произведению их отрицаний.

$$\overline{S + P} = \overline{S} \cdot \overline{P}$$

Некоторым обучающимся логике с трудом даётся различие между выражениями «произведение отрицаний» и «отрицание произведения». Они не могут правильно прочитать соответствующие формулы, вместо «произведение отрицаний» говорят бессмысленное «произведение отрицания» по образцу «отрицания произведения». Проще понять различие смыслов имён вроде «отец брата» и «брат отца». Для некоторых людей даже это различие является пределом их умственных (или языковых) способностей, а ведь в языке есть примеры столь запутанных родственных отношений, что понять их действительно трудно. Примером более сложной задачи понимания может служить следующая логическая задача (Р. Смаллиан). Человек разглядывает портрет. «Чей это портрет вы рассматриваете?» – спрашивают у него, и человек отвечает: «В семье я рос один, как перст один. И всё же отец того, кто на портрете, – сын моего отца (вы не ослышались, всё верно – сын!)». Чей портрет разглядывает человек?

Для того, чтобы с помощью диаграмм проверить теоремы 8 и 9, а также любое данное равенство ($Q = R$), необходимо совершить три действия: 1) изобразить на диаграмме левую часть равенства (предмет Q); 2) изобразить на другой диаграмме правую часть равенства (предмет R); 3) сравнить эти изображения. Результатом сравнения может быть одно из двух суждений:

а) фигуры, изображающие левую и правую части равенства, тождественны. В таком случае равенство считается **подтверждённым**;

б) эти фигуры не тождественны. Тогда равенство считается **опровергнутым**.

Проверка (подтверждение или опровержение) равенства отличается от его доказательства. Чтобы **доказать** равенство, необходимо рассмотреть все возможные отношения между исходными предметами (если предметов два, то таких отношений пять). Если для каждого из этих отношений равенство подтверждено, то оно доказано.

9. Отрицание произведения предметов равно сумме их отрицаний.

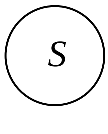
$$\overline{SP} = \overline{S} + \overline{P}$$

Теоремы 8 и 9 являются прообразами известных в логике *законов де Моргана*, названных так в честь известного шотландского математика и логика.

Все приведённые выше теоремы проверены (и могут быть доказаны) методом диаграмм. Однако легче доказать их *методом конституент*.

§ 13.
*Конституенты

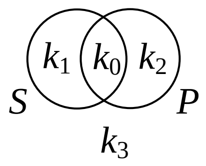
Поскольку для всякого предмета S имеет место равенство $S + \overline{S} = I$ (§ 12, теорема 3), можно полагать, что всякий предмет S индуцирует (порождает) деление универсума на две части, S и $\overline{S}$. Они называются **конституентами** (лат. *constituo* ставить, составлять, учреждать) предмета S и именуются k_0 и k_1.



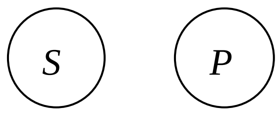
$\overline{S}$

$$k_0 = S$$
$$k_1 = \overline{S}$$

Любые два предмета производят деление универсума на четыре части, или конституенты, называемые k_0, k_1, k_2 и k_3.



Изображённые ниже две окружности несовместимы, но они тоже делят плоскость на четыре части, только четвёртая часть не видна (видимое глазами не тождественно видимому умом, умозрительному).



Если предметов n, то они делят универсум на 2^n частей, тоже называемых конституентами. Их можно определить с помощью логических действий умножения и отрицания.

По определению, **конституенты, производимые двумя предметами** S и P, суть

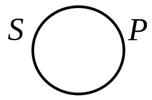
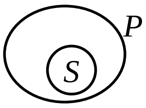
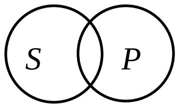
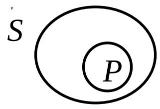
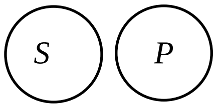
$$k_0 = SP,$$
$$k_1 = S\overline{P},$$
$$k_2 = \overline{S}P,$$
$$k_3 = \overline{S}\,\overline{P}.$$

Пользуясь определениями конституент и диаграммами Эйлера, найдём все непустые (не равные пустому предмету) конституенты двух предметов для всех возможных отношений между этими предметами. Представим результаты поиска в виде таблицы.

Каждая клетка этой таблицы отвечает на свой особенный вопрос, например: «Является ли непустой конституента k_1 для равных предметов?», «Является ли непустой конституента k_3 для таких предметов S и P, что S подчиняет P?» Знак «+» в клетке означает, что соответствующая конституента не является пустой. Пустая клетка говорит о том, что соответствующая конституента пуста.

Таблица 13

Непустые конституенты двух предметов

Конституента / **Диаграмма предметов**	$k_0 = SP$	$k_1 = S\overline{P}$	$k_2 = \overline{S}P$	$k_3 = \overline{S}\,\overline{P}$
	+			+
	+		+	+
	+	+	+	+
	+	+		+
		+	+	+

Может случиться, что отношение между предметами S и P не известно, но их непустые конституенты известны. Таблица 13 позволяет в таких случаях узнать отношение между этими предметами.

§ 14.
*Теоремы о конституентах

Справедливость следующих теорем очевидна из рассмотрения диаграмм.

Теорема 1. **Всякий предмет, взятый из совокупности предметов, равен сумме некоторых конституент, произведённых этой совокупностью**.

$$S = k_0 + k_1,$$
$$P = k_0 + k_2.$$

Теорема 1 оправдывает название «конституента» (лат. *constituo* учреждать).

Теорема 2. **Произведение любых двух разных (неравных, несовместимых) конституент равно пустому предмету**. Иными словами, любые две неравные конституенты попарно несовместимы.

Простые имена двух разных конституент отличаются своими индексами. Для записи этой теоремы в общем виде примем соглашение о том, что формально записанное имя $k_i{\cdot}k_i$ именует конституенту k_i. Тогда теорема выражается следующими условными равенствами.

$$k_i \cdot k_j = \begin{cases} \varnothing, \textit{ если } i \neq j \\ k_i, \textit{ если } i = j. \end{cases}$$

ПРИМЕРЫ.

$$k_1{\cdot}k_2 = \varnothing,$$
$$k_3{\cdot}k_3 = k_3.$$

Теорема 3. **Сумма всех конституент равна универсальному предмету**.

$$k_0 + k_1 + k_2 + k_3 = I.$$

Теорема 4. **Отрицание суммы некоторых конституент равно сумме всех остальных конституент**.

ПРИМЕРЫ.

$$\overline{k_0 + k_1} = k_2 + k_3\,,$$
$$\overline{k_0 + k_1 + k_2 + k_3} = \varnothing\,,$$
$$\overline{k_0} = k_1 + k_2 + k_3\,,$$
$$\overline{\varnothing} = k_0 + k_1 + k_2 + k_3$$

С помощью конституент можно доказывать логические законы.

ПРИМЕР 1. Докажем закон де Моргана $\overline{S + P} \; = \; \overline{S} \cdot \overline{P}$.

Используя теоремы 1 и 4, получим равенства (над знаком равенства указан номер используемой теоремы)

$$\overline{S + P} \;\; \overset{T.1}{=} \;\; \overline{k_0 + k_1 + k_0 + k_2} \;\; \overset{T.4}{=} \;\; k_3\,.$$

Используя теоремы 1 и 4, затем перемножая суммы конституент так, как это делают в арифметике, и используя теорему 2, получим равенства

$$\overline{S}\cdot\overline{P} \overset{T.1}{=} (\overline{k_0+k_1})(\overline{k_0+k_2}) \overset{T.4}{=} (k_2+k_3)(k_1+k_3) = \underbrace{k_2k_1}_{\varnothing}+\underbrace{k_2k_3}_{\varnothing}+\underbrace{k_3k_1}_{\varnothing}+\underbrace{k_3k_3}_{k_3} \overset{T.2}{=} k_3.$$

В результате получим

$$\overline{S+P} = k_3 = \overline{S}\cdot\overline{P}.$$

Пример 2. Докажем закон де Моргана $\overline{SP}=\overline{S}+\overline{P}$.

По аналогии с первым примером получим равенства

$$\overline{SP} \overset{T.1}{=} \overline{(k_0+k_1)(k_0+k_2)} = \overline{\underbrace{k_0k_0}_{k_0}+\underbrace{k_0k_2}_{\varnothing}+\underbrace{k_1k_0}_{\varnothing}+\underbrace{k_1k_2}_{\varnothing}} \overset{T.2}{=} \overline{k_0} \overset{T.4}{=} k_1+k_2+k_3,$$

$$\overline{S}+\overline{P} \overset{T.1}{=} \overline{k_0+k_1}+\overline{k_0+k_2} \overset{T.4}{=} (k_2+k_3)+(k_1+k_3) = k_1+k_2+k_3,$$

$$\overline{SP} = k_1+k_2+k_3 = \overline{S}+\overline{P}.$$

Таким образом, значение конституент состоит в том, что они позволяют свести логические действия и равенства к арифметическим действиям и равенствам (хотя имеется в виду не совсем обычная арифметика). Это позволяет упростить доказательства логических законов. Кроме того, с помощью конституент трёх предметов можно систематически найти все триады.

§ 15.
Основания логики (протологика) и логика. Гносеологический дуализм и его логические следствия

Мы подходим к концу раздела II, посвящённого основаниям логики. В нём (в §§ 6, 8) были получены две аксиомы, из которых (хотя и не только из них) в следующих разделах будет выведено основное содержание собственно логики. Именно эти аксиомы являются основаниями логического знания. В разделе IV, посвящённом простому суждению, будет введена ещё одна, третья аксиома, необходимая для выведения одного из фрагментов классической логики. Определения, появляющиеся далее, также участвуют в развёртывании логического содержания. Определения имеют большое значение ещё и потому, что с их помощью в логике (и не только в ней) доказывают многие истинные суждения (о суждении см. § 16), например, суждения о правильности решения учебных задач.

Будем называть ту часть логического знания, в которой получаются первые аксиомы и которую мы называли основаниями логики, также **протологикой** (гр. *πρώτοσ* первый). Протологика представляет собой первичную логику, предваряющую основную часть логического знания – собственно логику.

В логике способ выражения мыслимого предмета становится более многообразным, чем в основаниях логики (в *протологике*). Мыслимые предметы логики можно отличать друг от друга в зависимости от того, какими грамматическими или логическими способами они выражаются.

В логике необходимо принять во внимание также и то, что всякая (логическая) мысль есть мысль о чём-то, всякая мысль, будучи предметом, имеет свой предмет, мысль раздваивается на собственно мысль и предмет мысли. Предмет мысли есть, прежде всего, мыслимый предмет. И вне мышления может существовать либо не существовать его образ (или прообраз) – предмет чувственного опыта.

Иными словами, в логике необходимо учитывать *гносеологический дуализм* – взаимную двойственность таких главных познавательных способностей человека, как чувства и разум (мышление). Именно этот дуализм является причиной разделения опыта (эмпирии) и теории. Говоря по-другому, гносеологический дуализм заключается в том, что предметы являются предметами не только мысли, или умозрения (как это предполагалось в основаниях логики), но, возможно, и чувств, или чувственного созерцания. При этом чувственное (опытное) знание предмета может соответствовать либо не соответствовать (противоречить) его умозрительному (рациональному) знанию. И это (этот гносеологический дуализм) порождает проблему, называемую проблемой истины: соответствуют ли друг другу два указанных вида знания об одном и том же предмете или не соответствуют?

Примером несоответствия может служить расхождение опытного («Земля неподвижна») и умозрительного («Земля движется») суждений в гелиоцентрической теории Коперника. В геоцентрической теории Птолемея такое расхождение отсутствует.

Это приводит к необходимости явно вводить понятие (и определение) *истины* в логику (см. §§ 41, 42).

В традиционных (исторических) курсах логики эта необходимость осталась нереализованной. Понятия истины и лжи существенно используются в них на интуитивном уровне, но не подвергаются теоретической рефлексии, как если бы истинность или ложность суждения задавалась извне и принималась на веру. Разумеется, частично это оправданно: логика сама в себе не может решить вопрос, например, о том, истинно ли предложение «Все киты – млекопитающие». Истинность этого и всех подобных предложений, действительно, должна задаваться логике извне в виде ещё одной (и чрезвычайно обширной) аксиомы. Однако логика должна судить об истинности суждений, сравнимых с данным суждением (см. § 45), исходя из его аксиоматически заданной истинности. Для этого и нужно явное и уместное в классической логике определение истины, без которого невозможна дедукция основных логических законов.

Предметы протологики (монады, диады, триады и др.) удобно считать **прообразами** тех предметов, которые изучает логика, – понятий, суждений и умозаключений. Последние суть **логические образы** предметов протологики. Тем самым и протологику можно понимать как прообраз (собственно) логики. Отношение между протологикой и логикой подобно отношению мира идей и мира вещей в идеалистическом учении Платона.

Хотя бы уже по одной причине отношения прообраза и образа между протологикой и логикой можно заключить, что разделение истины и лжи появляется уже в протологике, что гносеологический дуализм (разделением опыта и умозрения) имеет свой прообраз в протологике. И действительно, как можно было заметить, указанный дуализм проявился в основаниях логики в двух случаях, – в связи с аксиомами диады и триады (§§ 6, 8).

§ 16.
Понятие, суждение и умозаключение как предметы логики

Понятие есть мысль, выраженная именем существительным (в именительном падеже) или группой слов, главным из которых является имя существительное.

В роли существительного может выступать имя прилагательное. В таких случаях говорят, что прилагательное *субстантивируется*. Примером этого служит известная фраза Н.М. Карамзина «О счастие! Как ты играешь смертными!». Здесь «смертный» значит «тот, кто смертен» (группа существительного). Но в предложении Л.Н. Толстого «Не опасаешься ли ты постоянно, что рано или поздно лёд растает, рано или поздно придётся тебе оставить смертное твоё тело» слово «смертное» остаётся прилагательным.

Слово или слова, выражающие понятие, называются **термином**, или (логическим) **именем**, понятия.

<u>Пример 1</u>. ‘Дерево’ есть понятие (понятие о дереве, понятие дерева), так как соответствующая мысль выражается именем существительным (термином) «дерево».

Для указания (выделения, называния) мыслей (понятий, суждений и умозаключений) **до** (как надо предполагать в данном случае, хотя это и невозможно) их выражения терминами, предложениями и силлогизмами, необходимо использовать другие кавычки, нежели кавычки, используемые для выделения соответствующих выражений – терминов, предложений и силлогизмов. Принятые кавычки в виде одной запятой в отечественной традиции называются марровскими.

Пример 2. 'Первый чемпион мира по шахматам' есть понятие, так как соответствующая мысль выражается группой слов (термином) «Первый чемпион мира по шахматам», главным из которых является существительное «чемпион».

Понятие есть мысль о предмете (понятие предмета), и тем самым о материи предмета. По традиции элементы этой материи, если они – однородные (подобные друг другу, или одинаковые), целостные и несовместимые друг с другом предметы, называются (собственно) **предметами понятия**, а материя как (неупорядоченная, бесформенная) совокупность этих предметов называется **объёмом понятия**.

Иными словами, объёмом понятия называется совокупность всех предметов этого понятия (как предметов мысли).

Пример 3. Понятие дерева есть мысль о совокупности всех деревьев, а следовательно, и об отдельных деревьях как целостных (образованных мыслью, или синтезированных, из ствола, корней, ветвей, листьев и др. частей) и несовместимых (не могущих находиться в одном месте) элементах этой совокупности. Любое дерево (но не ствол, не корень, не ветвь, не лист) является предметом понятия дерева.

Таким образом, объёмом понятия дерева является совокупность всех деревьев.

Будем считать, что понятие является *логическим* ***образом*** протологической монады, монада же является *протологическим* ***прообразом*** понятия.

В отношении гносеологического дуализма (см. § 15) понятия делятся на *непустые* и *пустые* (понятия с пустым объёмом).

Суждение есть мысль (о предмете), выраженная простым или сложным грамматическим *предложением*. Суждение может быть выражено и логическим предложением (формулой).

Грамматическое или логическое выражение суждения называется (грамматическим или логическим) **предложением**.

Простое грамматическое предложение состоит из подлежащего и сказуемого, а сложное предложение образуется из простых с помощью союзов «и», «или», «если…, то…» и др., а также с помощью частицы отрицания «не» («не верно, что…» и т.п.)

Рассмотрим такие простые предложения, подлежащее и сказуемое у которых являются именами существительными. В таком случае можно считать, что простое суждение (мысль) состоит из двух понятий (более простых мыслей), первое из которых выражается подлежащим, а второе – сказуемым.

Следовательно, рассматриваемое суждение является *логическим образом* протологической диады, а диада является *протологическим прообразом* такого суждения. Называется такое суждение **простым категориче-**

ским суждением. Простое грамматическое предложение, выражающее его, называется *простым категорическим предложением*.

Пример 4. 'Дерево есть растение' – простое категорическое суждение, так как оно выражено простым категорическим предложением «Дерево есть растение».

То, что диада является протологическим прообразом простого категорического суждения, позволяет увидеть значение *аксиомы диады*. Оно определяется тем, что, пройдя несколько этапов построения логического знания, из неё одной можно вывести теорию простого категорического суждения и, в частности, основные законы классической логики – законы непротиворечия и исключённого третьего.

В отношении гносеологического дуализма суждения делятся на *истинные* и *ложные*.

Умозаключение есть мысль о предмете, выраженная) **схемой** или **условным предложением** (сложным предложением с союзом «если…, то…» или союзами, имеющими тот же смысл).

Схема или условное предложение, выражающее умозаключение, называется **силлогизмом**.

Рассмотрим особое умозаключение – условное суждение, *протологическим прообразом* которого является триада. Оно называется **простым категорическим умозаключением**. Выражающая его схема или силлогизм называется *простым категорическим* силлогизмом.

Пример 5. Простым категорическим силлогизмом является силлогизм

Все люди смертны.
Сократ – человек.
___
Сократ смертен.

Как легко заметить, этот силлогизм составлен всего из трёх терминов («человек», «смертный» и «Сократ»). Так и всякий простой категорический силлогизм можно считать описанием тройки понятий. Поэтому его *протологическим прообразом* и является триада. Само простое категорическое умозаключение является *логическим образом* триады.

То, что триада является протологическим прообразом простого категорического умозаключения, позволяет увидеть значение *аксиомы триады*. Оно определяется тем, что, пройдя несколько этапов построения логического знания, с её помощью можно вывести теорию простого категорического умозаключения, в частности, найти правильные формы такого умозаключения.

В отношении гносеологического дуализма умозаключения делятся на *правильные* и *неправильные*. Эти гносеологические характеристики умозаключений сводятся к характеристике суждений как истинных и ложных.

III

ПОНЯТИЕ

§ 17.
Понятие, его предмет и термин

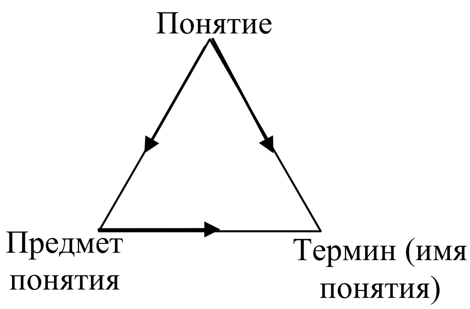
Определения *понятия*, *термина*, *предметов* и *объёма* понятия даны в § 16. Повторим традиционное определение:

Объёмом понятия называется совокупность всех предметов этого понятия.

Термин (имя), выражающий понятие, является также именем каждого предмета этого понятия. Поэтому можно принять следующее сокращение имён. Будем считать, что имя (выражение) «Предмет понятия, выраженного термином *S*» можно заменить более коротким именем «Предмет понятия *S*», а это последнее считать синонимом (о синонимах см. § 22) ещё более короткого имени «Предмет *S*» и, ещё короче, «*S*».

Пример. Поскольку предметы понятия дерева называются деревьями, имя «Предмет понятия дерева» можно заменить более коротким именем «Дерево».

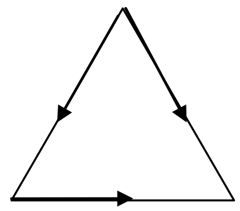
Отношения между понятием, его предметом и термином выражаются диаграммой, которая называется **семантическим** (греч. *sēma* знак, *sēmantikos* обозначающий), или **смысловым**, **треугольником**.



Понятие **выражается** своим предметом (если он – **вещь**, то есть предмет, который при некоторых условиях может быть чувственно воспринят) и термином. Предмет понятия **именуется** (называется) посредством термина.

Предмет понятия именуется термином.

Пример. Семантический треугольник понятия дерева таков.



В левой нижней вершине треугольника следовало бы поместить дерево, то есть вещь, именуемую деревом.

§ 18.
Математическое количество понятия.
Виды понятия

Математическим количеством понятия называется число предметов, содержащихся в объёме понятия.

По математическому количеству понятия делятся на пустые (нулевые), единичные (сингулярные) и общие.

Понятие называется **пустым**, если его объём не содержит ни одного реального предмета. Оно выражается именем $\varnothing$.

Примеры. Вечный двигатель. Круглый квадрат. Жареный лёд.

О реальности некоторых предметов (таких, как вечный двигатель или душа), а следовательно, о том, являются ли соответствующие понятия пустыми, возможны споры.

Понятие называется **единичным,** если его объём содержит ровно один предмет.

Примеры. Солнце. Сократ. Автор романа «Золотой осёл».

Понятие называется **общим**, если его объём содержит более одного предмета.

Примеры. Человек. Число. Автор романа «Золотой телёнок».

Понятие называется **универсальным**, или **универсумом**, или **унивéрсом** (лат. *universum* всеобщее; вселенная), если его объём содержит предметы всех других понятий. Оно выражается именем I.

Из этого определения следует, что синонимом *универсального* понятия является *понятие предмета* (предмета как такового). Действительно, в объёме понятия (мысли) о предмете содержатся – согласно определению объёма понятия – все возможные предметы, так что универсальное понятие и понятие предмета равны.

Понятие называется **конкретным** (лат. *concretus* густой, твёрдый), если его предметы суть вещи, то есть предметы, которые при некоторых условиях могут быть чувственно восприняты.

Правда, при одном условии, которое здесь надо исключить, может быть чувственно воспринят любой предмет. Это условие – *искусственное, символическое выражение* предмета. Так, функцию можно выразить графически, что позволяет её чувственно воспринимать. Так и число может быть выражено в системе счисления и воспринято.

Примеры. Звезда. Человек. Дерево. Белый. Галактика.

Понятие называется **абстрактным** (лат. *abstractio* удалённый, отвлечённый), если его предметы не суть вещи, но суть свойства, состояния или отношения вещей.

Некоторые из таких свойств, состояний и отношений могут быть даны нам в опыте. Однако ни одно из них, данных в опыте или таких, которые никогда не могут быть даны в опыте, не существует самостоятельно, без конкретных вещей – их носителей. Только мысленно они могут быть отделены («абстрагированы») от своего субстрата (носителя), а потому и являются предметами понятий, называемых абстрактными.

Таким образом, понятие абстрактного понятия не является (контрадикторным) отрицанием понятия конкретного понятия. Нельзя определить абстрактное понятие как понятие предмета, который принципиально не может быть дан в опыте. Многие свойства даны нам непосредственно, но не считаются предметами конкретных понятий. Следовательно, есть понятия, не являющиеся ни конкретными, ни абстрактными. А именно, это *идеальные* понятия (вроде «идеального газа» в физике), образованные не абстрагированием (отвлечением от субстрата), но, как можно представить, операцией предельного перехода, рассматриваемой в математическом анализе.

Примеры. Душа (абстрагирована, то есть отвлечена от тела как его форма). Число 2 (отвлечено от совокупности двух предметов, например, двух стульев, как её свойство). Число (абстрагировано от чисел 1, 2, 3, … как их общее свойство «быть числом»). Братство (отношения между людьми). Счастье (не вещь, но состояние души человека). Белизна (абстрагировано от белых вещей как их общее свойство). Русалка (сконструировано из свойств, абстрагированных от «вещей» – женщин и рыб).

§ 19.
Логическое количество понятия

Мысль о совокупности более чем одного предмета неявно содержит в себе мысль о правильной части этой совокупности, то есть о некоторых (менее, чем обо всех и более, чем ни об одном) её предметах. Так и мысль об объёме *математически общего* (общего по математическому количеству, см. § 18) понятия неявно содержит в себе мысль о правильной части этого объёма.

Иными словами, всякое математически общее понятие неявно содержит в себе другое понятие, объём которого является правильной частью объёма первого понятия. Оба эти понятия не отличаются друг от друга своими общими признаками, то есть содержанием (см. § 25, 26), но отличаются объёмами. Это отличие выражается **логическим количеством** понятия.

Логическое количество математически общего понятия может иметь одно из двух значений – «(логически) общее» и «частное», тогда как *математическое количество* понятия принимает три значения – «пустое», «единичное» и «(математически) общее».

Понятие, в объёме которого мыслятся **все** его предметы, называется **логически общим** (общим по логическому количеству). Понятие, полученное из математически и логически общего понятия путём исключения из его объёма произвольного числа (но не всех) предметов, то есть правильной *части* объёма, называется **частным** понятием. Иными словами, в объёме **частного** понятия мыслится правильная, но неопределённая (произвольная) часть всех предметов, мыслимых в объёме соответствующего общего понятия.

Любые понятия можно сравнивать по математическому количеству. По логическому количеству можно сравнивать только понятия, объём одного из которых является частью объёма другого, то есть только подчинённые понятия. А именно, частное понятие является **меньшим** по логическому количеству, а соответствующее общее – **бóльшим**.

(Логически) общее и частное понятия отличаются так называемой **модальностью** мышления их предмета, то есть мышлением целого либо части.

Данное здесь определение **частного количества** (посредством *правильной* части) предопределяет дальнейшую дедукцию силлогистики Васильева (см. §§ 42, 66). Силлогистика Аристотеля получается из оснований как полученная путём введения дополнительного, «ослабляющего», условия на значения слова (квантора) «некоторые», допускающего *неправильную* часть. Неправильной частью данной совокупности называется сама эта совокупность (а также «пустая» совокупность, не содержащая ни одного элемента).

Единство логически общего и частного понятий, то есть единство мыслей о целом и части, выражается единством их термина (имени их предметов).

Имеет место и противоположность этих понятий, которая выражается добавлением к их термину слов-показателей логического количества, называемых **кванторами**, – «все» и «некоторые». Частное понятие, полученное путём указанного сокращения (ограничения) объёма исходного (математически и логически) общего понятия *S*, получает имя «**некоторые** *S*». Общее понятие получает соответствующее этому имя «**все** *S*» или просто «*S*».

Теорема. Всякое **единичное** понятие является логически **общим**.

Доказательство. В объёме единичного понятия содержится только один предмет. Поэтому, мысля **его**, мы мыслим **все** предметы этого понятия. Следовательно, единичное понятие может быть только логически общим и не может быть частным.

Иными словами, невозможно мыслить правильную часть предметов объёма единичного понятия, так как его объём содержит всего один предмет. Следовательно, необходимо мыслить все и только все (то есть, в данном случае, один) предметы объёма. Поэтому, по определению, такое понятие является логически общим.

§ 20.
Диаграмма Эйлера. Изображение двух понятий

Понятие, будучи особым предметом и образом протологической монады (см. § 16), выражается (изображается) диаграммой, которая в логике называется **диаграммой Эйлера**, или кругом Эйлера. Строго говоря, изображается *объём* понятия, а тем самым – не прямо, но опосредованно, – и само понятие.

Euler Leonard, 1707–1783. Математик, механик, физик, родился в Германии, но жил и умер в России.

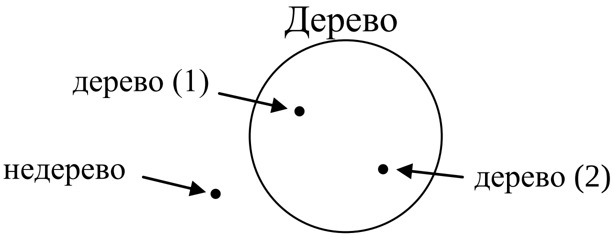
Диаграмма Эйлера изображает объём непустого и неуниверсального понятия геометрической фигурой, простейшей из которых является круг. Каждая точка плоскости диаграммы изображает один предмет универсума. Всякая внутренняя точка фигуры, изображающей понятие, изображает один предмет этого понятия.

Поскольку объём пустого понятия не содержит ни одного предмета, а любая фигура содержит точку, то есть изображение предмета, пустое понятие не может быть изображено фигурой. Объём пустого понятия не может быть изображён и точкой, поскольку всякая точка служит для изображения предмета, а не понятия. Изображение пустого понятия можно только мыслить, и мыслить в виде особой, чисто умозрительной фигуры – бесконечно малого круга. Это означает, что в точности пустое понятие нельзя изобразить.

Как следует из данного в рамке определения диаграммы Эйлера, совокупность внутренних точек фигуры изображает совокупность предметов соответствующего понятия, следовательно, вся фигура непосредственно изображает объём понятия.

Точка фигуры изображает предмет соответствующего понятия (и, может быть, других понятий). Точка вне фигуры изображает предмет другого понятия (может быть, и не одного).

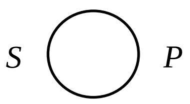
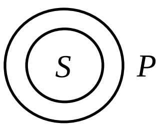
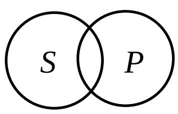
Пример. Диаграмма понятия дерева такова.

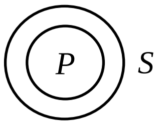
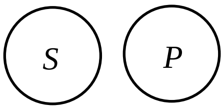


Следующая таблица описывает диаграммы (два круга) геометрическим языком и является образом таблицы 6. Идея описания заключается в том, чтобы сообщить, являются или не являются точки одного круга (например, S) точками другого круга (P), сообщив при этом также логическое количество таких точек (все это или только некоторые точки круга). Диаграмма 4 имеет то же (с точностью до перестановки букв S и P) описание, что и диаграмма 2.

Таблица 20

Диаграммы Эйлера двух понятий

Диаграмма Эйлера	**Имя отношения между кругами**	**Описание диаграммы**
 1	Равенство (тождество)	1.Все точки круга *S* суть (все) точки круга *P*. 2.Все точки круга *P* суть (все) точки круга *S*.
 2	Подчинение себя (S подчиняется P)	1.Все точки круга *S* суть (некоторые) точки круга *P*. 2.Некоторые точки круга *P* не суть (ни одна) точка круга *S*.
	Пересечение	1.Некоторые точки круга *S* суть (некоторые) точки круга *P*. 2.Некоторые точки круга *S* не суть (ни одна) точка круга *P*.

3		3.Некоторые точки круга *P* не суть (ни одна) точка круга *S*.
 4	Подчинение себе (S подчиняет P)	1.Все точки круга *P* суть (некоторые) точки круга *S*. 2.Некоторые точки круга *S* не суть (ни одна) точка круга *P*.
 5	Несовместимость (внеположенность)	Ни одна точка круга *S* не есть (ни одна) точка круга *P*.

В описаниях диаграмм (см. третий столбец таблицы 20) в скобки заключены слова, которые не принято произносить (и писать), но которые можно подразумевать. Если бы эти слова произносились (и писались), каждое описание можно было бы сократить до одного (первого) предложения.

§ 21.
**Объёмные отношения между общими понятиями

Объёмным отношением между двумя понятиями называется отношение между их объёмами. Прообразом этого отношения является отношение между двумя монадами.

Определение каждого из четырёх отношений между двумя понятиями мы получим путём перевода геометрического описания соответствующей диаграммы (таблица 20) на логический язык. Поскольку точки круга изображают предметы понятия, а весь круг – его объём, постольку перевод сводится к замене слова «точка» словом «предмет» и слова «круг» словом «понятие» (подразумевается «объём понятия»).

***а*) Равенство**

Понятия *S* и *P* называются **равными**, если 1) все предметы (объёма) понятия *S* суть предметы (объёма) понятия *P* и 2) все предметы (объёма) понятия *P* суть предметы (объёма) понятия *S*.

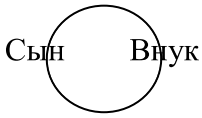
Сокращённое определение получим, приняв следующее соглашение о сокращении имён, подобное принятому в начале § 17: «Предмет (объёма) понятия *S*» и «*S*» – синонимы.

<u>Пример</u>. Предмет понятия дерева есть дерево.

Понятия *S* и *P* называются **равными**, если 1) все *S* суть *P* и 2) все *P* суть *S*.

Пример. Понятия сына и внука равны, так как 1) все сыновья суть внуки и 2) все внуки суть сыновья.

Диаграмма:



б) Подчинение

Понятие S называется **подчинённым** понятию P, если 1) все S суть P и 2) некоторые P не суть S.
Пример. Понятие кошки подчиняется понятию животного, так как 1) все кошки суть животные и 2) некоторые животные не суть кошки.

Диаграмма:

в) Пересечение

Понятия S и P называются **пересекающимися**, если 1) некоторые S суть P, 2) некоторые S не суть P и 3) некоторые P не суть S.
Пример. Понятие кошки пересекается с понятием рыжего существа, так как 1) некоторые кошки рыжи, 2) некоторые кошки не рыжи и 3) некоторые рыжие существа – не кошки.

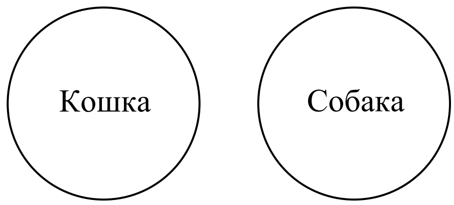
Диаграмма:

г) Несовместимость

Понятия S и P называются **несовместимыми**, если ни один S не есть P.

Пример. Понятия кошки и собаки несовместимы, так как ни одна собака не есть кошка.

Диаграмма:



Логическая несовместимость *понятий* (например, кота и кошки) может противоречить бытовому представлению о совместимости *предметов* понятий (например, животных). Здесь можно усмотреть *парадокс,* осмыслить который было бы полезно для изучающего логику, поскольку а) логический термин «несовместимость» необходимо отличать от слова «несовместимость» в его обыденных значениях (это относится и к другим терминам и словам) и б) необходимо усвоить, что логика учит руководствоваться принятыми определениями и формальными правилами (законами), результаты применения которых иногда противоречат поспешным интуитивным решениям.

Отношение между двумя данными понятиями можно найти *интуитивно*, методом проб и ошибок, проверяя, соответствует ли предполагаемое отношение своему *определению*.

Поскольку понятия суть своего рода предметы, для них, как и для любых предметов, можно определить действия сложения, умножения и отрицания, а затем и конституенты. Это позволяет найти отношение между двумя данными понятиями *логически*-рационально, то есть сразу и безошибочно, методом конституент. Для этого надо прочитать последний абзац § 23 и использовать таблицу 13.

Контрольные вопросы и задачи к § 21

Задание 1. Изобразите диаграммы четырёх отношений между понятиями и дайте определения этих отношений.

Задание 2. Пользуясь интуицией и методом проб и ошибок, нарисуйте диаграмму двух данных понятий, назовите отношение между ними и обоснуйте ответ с помощью определения.

Задачи.

1. Моряк. Офицер.
2. Сын. Внук.
3. Кит. Рыба.
4. Лес. Дерево.

Поскольку это задание (и подобные ему) выполняется методом проб и ошибок, ошибки не должны осуждаться, поскольку они ведут к правильному решению. У некоторых студентов вырабатывается безошибочная и быстрая интуиция нахождения нужных отношений.

При решении задачи 4 надо учесть, что, конечно, дерево – часть леса, но ведь не лес!

Задание 3. Найдите отношение между двумя данными понятиями, пользуясь методом конституент (см. разъяснения в последнем абзаце § 21, правила образования имён отрицания и произведения понятий в § 23 и таблицу 13).

Задачи.

1. Измерение. Взвешивание.
2. Дом. Окно.
3. Движение. Звук.

При решении задачи 2 надо учесть, что, например, колебания струны – причина звука, но ведь не звук! При решении задачи 3 надо учесть, что, например, оранжерея не является окном: в ней есть двери, пол, крыша и стены, и не важно, что крыша и стены – стеклянные.

Задание 4. Нарисуйте диаграмму трёх данных понятий и выделите три пары этих понятий. Назовите отношения между понятиями в каждой паре и обоснуйте ответ с помощью определения.

Задачи.

1. Растение. Животное. Организм.
2. Летательный аппарат. Вертолет. Винт.
3. Движение. Быстрое движение. Вращение.
4. Океан. Море. Суша.
5. Врач. Хирург. Женщина.
6. Человек. Мужчина. Женщина.

Задание 5. Нарисуйте диаграмму четырёх данных понятий, назовите отношения между ними и обоснуйте ответ с помощью определения.

Задачи.

1. Мать. Дочь. Бабушка. Женщина.
2. Дедушка. Сын. Мужчина. Отец.
3. Письмо. Конверт. Ненаписанное письмо. Неотправленное письмо.
4. Произведение художественной литературы. Повесть. Высокохудожественное произведение искусства. Картина.

Задание 6. Нарисуйте диаграмму пяти данных понятий, назовите отношения между ними и обоснуйте ответ с помощью определения.

Задачи.

1. Родственник. Родство. Родственное отношение. Супружеское отношение. Муж.
2. Существительное. Глагол. Главный член предложения. Сказуемое. Подлежащее.

§ 22.
Синонимия и омонимия понятий. Совершенный и практичный языки

Синонимией называется отношение между двумя равными (имеющими один и тот же объём) *понятиями*, выражаемыми двумя разными терминами. Такие понятия, а также и термины, называются **синонимами** (греч. *syn* вместе + *onyma, onoma* имя; *synōnymos* одноимённый). Отношение между двумя *терминами*, которые являются синонимами, также называют синонимией.

Примеры синонимов: «Бегемот» и «Гиппопотам»; «Люцифе́р» и «Фосфор» («Утренняя звезда» и «Вечерняя звезда») – греческие имена планеты Венера.

Омонимией называется отношение между двумя несовместимыми *понятиями*, выражаемыми одним и тем же термином. Такие понятия, а также их предметы, называется **омонимами** (греч. *homos* одинаковый + *onyma, onoma* имя). Отношение между двумя *предметами*, которые являются омонимами, также называют омонимией.

Примеры омонимов: «Коса» – имя сельскохозяйственного инструмента и «коса» – имя длинных переплетенных волос.

Незнание синонимов приводит к тому, что один предмет принимается за два, а незнание омонимов – к тому, что два предмета принимаются за один. То и другое является логической ошибкой, называемой нарушением *закона тождества* (см. § 53). Такие ошибки, во-первых, затрудняют понимание речи или текста, а во-вторых, могут привести к тому, что ложное суждение принимается за истинное.

В совершенном языке различные мысли (понятия) должны выражаться различными терминами (так и различные предметы должны называться различными именами). И обратно, различные термины должны соответствовать различным понятиям и предметам. Такой язык гарантировал бы от ошибок, вызываемых синонимией и омонимией.

Наличие синонимов и омонимов в языке можно истолковать как его изъяны. Однако совершенный язык был бы непрактичен, так как содержал бы столь много терминов, что их невозможно было бы запомнить и употреблять. Синонимия и омонимия присущи любому естественному (следовательно, практичному) языку, и их просто надо знать, что вполне возможно.

§ 23.
Сложение, умножение и контрадикторное отрицание понятий

Суммой понятий S и P называется понятие $S+P$, объём которого содержит те и только те предметы, которые содержатся в объёме хотя бы одного из понятий S и P.

Это означает следующее. Если предмет содержится в объёме понятия S, то он содержится и в объёме понятия $S+P$, независимо от того, содержится ли он в объёме понятия P. И если предмет содержится в объёме понятия P, то он также содержится в объёме понятия $S+P$, независимо от того, содержится ли он в объёме понятия S. Если предмет содержится в объёмах обоих понятий-слагаемых, то и он содержится в объёме их суммы, разумеется, не удваиваясь.

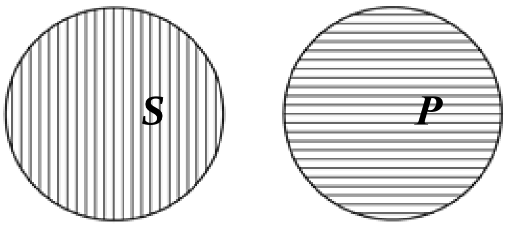
Грамматическое имя суммы понятий образуется из имён исходных понятий с помощью союза «или».

Произведением понятий S и P называется понятие SP, объём которого содержит те и только те предметы, которые содержатся в объёме S и объёме P.

Грамматическое имя произведения понятий образуется из имён исходных понятий с помощью союза «и» или тому подобных («а», «но», дефис, запятая).

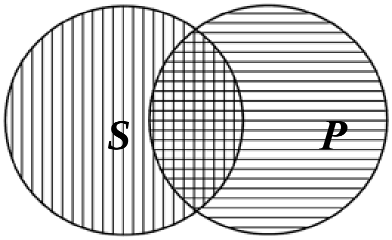
Пример 1. S – курица, P – петух.

$S+P$ – курица или петух, SP – курица и петух (курица-петух; курица, которая есть петух, или, что то же самое, петух, который есть курица), $SP = \varnothing$.



Пример 2. S – студент, P – предъявитель дисконтной карты.

$S+P$ – студент или предъявитель дисконтной карты, SP – студент-предъявитель дисконтной карты.

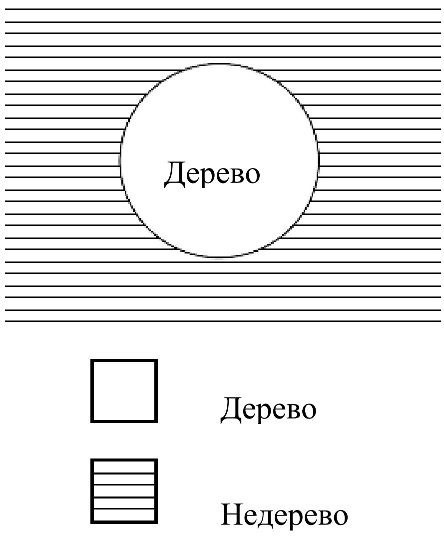


Возможна ситуация, когда управляющий книжным магазином («законодатель») распоряжается о скидках для «студентов и предъявителей дисконтной карты», где грамматический союз «и» он понимает «широко», как логический союз «или», то есть имеет в виду «студентов или предъявителей дисконтных карт», *сумму* этих понятий. Продавец же («исполнитель») может истолковать грамматический союз «и» буквально, «узко», как логический союз «и», то есть подразумевать *произведение* понятий. В последнем случае достигается экономия средств магазина на скидках. Поэтому управляющие магазинами (и не только они) должны так ясно выражать свои мысли, чтобы их нельзя было истолковать превратно.

Контрадиктóрным (лат. *contra* против + *dictio* высказывание, речь; *contradictorium* противоречащий) **отрицанием** понятия S называется понятие $\overline{S}$, объём которого содержит те и только те предметы универсума, которые не содержатся в объёме понятия S.

Грамматическое имя контрадикторного отрицания образуется из имени исходного понятия с помощью частицы отрицания «не».

Пример 3. Контрадикторным отрицанием понятия дерева является понятие недерева.



Для понятий имеют место те же логические законы, что и для любых предметов: закон двойного отрицания, законы де Моргана и др.

С помощью действий умножения и контрадикторного отрицания по образцу § 13 определяются конституенты для понятий. Сложные имена конституент образуются по указанным в данном параграфе правилам. Пользуясь сложными именами конституент и внелогическим знанием о реальности (знанием родного языка), можно установить, какие из конституент являются пустыми понятиями. Это позволяет использовать таблицу 13 для нахождения отношения между двумя данными понятиями.

§ 24.
Контрарное отрицание понятия.
Виды несовместимых понятий

Контрарным (лат. *contrarius* противный, противоположный) **отрицанием** непустого и неуниверсального понятия называется любое понятие, несовместимое с данным понятием и не являющееся его контрадикторным отрицанием.

Примеры.

Белый – чёрный (контрарное отрицание).

Белый – красный (контрарное отрицание).

Белый – небелый (не контрарное, но контрадикторное отрицание).

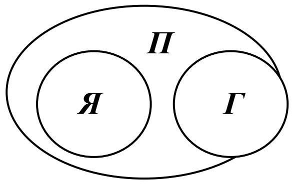
Белый – яблоко (не контрарное и не контрадикторное отрицание, так как эти понятия пересекаются).

Виды **несовместимости** – координация (соподчинение), контрадикторность (противоречие) и контрарность (противность).

Два понятия называются **координированными** (лат. *co, con* с, вместе + *ordinatio* упорядочение), или **соподчиненными**, если они несовместимы и подчиняются некоторому третьему понятию, явно указанному или подразумеваемому.

Пример. Понятия яблока и груши координированы, так как несовместимы и подчиняются понятию плода.

Диаграмма:



Контрадикто́рным (противоречащим) по отношению к данному понятию называется понятие, которое является его контрадикторным отрицанием.

Примеры. См. выше в данном параграфе и § 23.

Контрадикторное понятие единственно.

Контрарным (противным) по отношению к данному непустому и неуниверсальному понятию называется понятие, являющееся его контрарным отрицанием.

В логической традиции пытаются определить контрарное понятие так, чтобы оно оказалось грамматическим антонимом данного. (Например, антонимами являются понятия белого и чёрного, старого и молодого, горячего и холодного). Однако сделать это имеющимися логическими средствами невозможно. Например, нельзя объяснить логически, почему понятия белого и чёрного – антонимы, а понятия белого и красного – не антонимы. Или почему понятие красного (предмета) не имеет контрарного отрицания.

Отрицательным по отношению к данному понятию называется его контрадикторное или любое контрарное понятие. Данное понятие по отношению к своему отрицательному понятию называется **положительным**.

§ 25.
Свойство предмета и признак понятия. Собственный и общий признаки

Признак понятия традиционно определяется как **свойство предметов** этого понятия, выбранное для того, что бы отличать или не отличать предметы друг от друга.

Всякое свойство может быть выражено именем существительным или группой (слов) существительного (то есть термином) и поэтому может считаться понятием.

Примеры. Красный (цвет). Длинный нос.

Принадлежность свойства предмету обычно выражается с помощью глагола «иметь».

Примеры. «Этот предмет имеет красный цвет». «Человек имеет дар речи».

Наличие или отсутствие признака у данного понятия всегда можно выразить *простым категорическим предложением* (см. § 16), то есть с помощью форм глагола «быть».

Примеры. «Этот предмет есть красный предмет». «Человек есть предмет, одарённый речью».

Признаком понятия S назовём понятие P, служащее для указания, более или менее точного, на понятие S путем задания отношения между понятиями S и P.

Обыденный пример подобного косвенного указания на предмет, не известный адресату посредством прямого указания другого предмета, известного ему: «X – брат Петра».

Собственным признаком понятия называется понятие, равное ему.

Пример. Понятие ‘дочь’ имеет собственный признак ‘женщина’.

Общим признаком понятия называется подчиняющее его понятие.

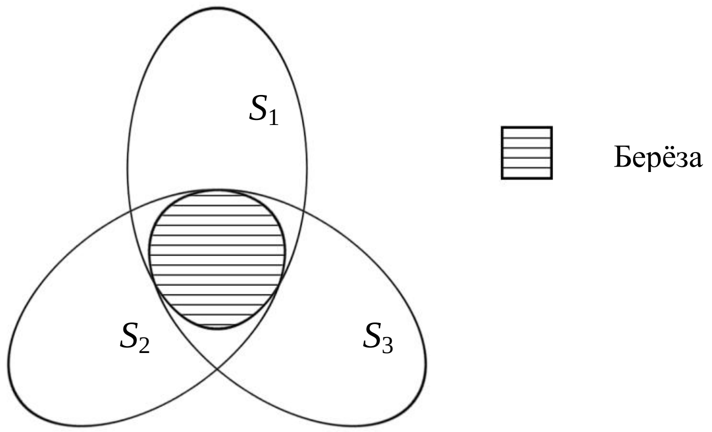
Пример. Понятие ‘Человек’ имеет общий признак ‘предмет, наделённый разумом’.

Так определённый общий признак соответствует *существенному* признаку по Аристотелю.

Теорема. Всякое понятие подчинено или равно произведению его общих признаков.

Пример. Общие признаки понятия ‘береза’ – ‘дерево’ (S_1), ‘предмет, покрытый белой корой’ (S_2), ‘предмет, имеющий сердцевидные листья’ (S_3).

Диаграмма:



§ 26.
Частный, два отрицательных и смежный признаки. Содержание понятия

Частным признаком понятия называется понятие, подчиненное ему.

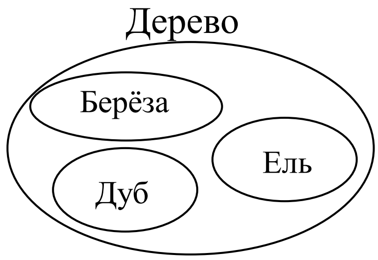
Пример. Понятие ‘дерево’ имеет частный признак ‘береза’.

Так определённый частный признак соответствует *несущественному* признаку по Аристотелю.

Теорема 1. Если P – частный признак понятия S, то S – общий признак понятия P.

Теорема 2. Всякое понятие подчиняет сумму своих частных признаков или равно ей.

Пример. Понятие ‘дерево’ подчиняет сумму понятий ‘береза’, ‘дуб’, ‘ель’.



Контрадикто́рным признаком понятия называется его контрадикторное отрицание.

Пример. Понятие ‘дерево’ имеет контрадикторный признак ‘недерево’.

Теорема 3. Всякое понятие является контрадикторным отрицанием своего контрадикторного признака.

Доказательство следует из закона двойного отрицания (см. § 12).

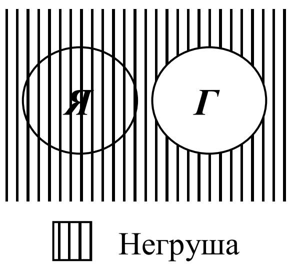
Контрарным признаком понятия называется его контрарное отрицание.

Пример. Понятие ‘яблоко’ имеет контрарный признак ‘груша’. Груша служит признаком яблока, поскольку яблоко – не груша.

Теорема 4. Всякое понятие подчиняется контрадикторному отрицанию своего контрарного признака.

Пример. Понятие ‘яблоко’ подчиняется понятию ‘негруша’.

Диаграмма:

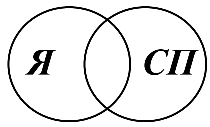


Отрицательным признаком понятия называется его контрадикторный или контрарный признак.

Смежным признаком понятия называется пересекающееся с ним понятие.

Пример. Понятие ‘яблоко’ имеет смежный признак ‘съедобный предмет’.

Диаграмма:



Теорема. Смежный признак является суммой частного и контрарного признаков.

Содержанием понятия называется совокупность всех его общих признаков.

<u>Пример</u>. Элементами содержания понятия ‘береза’ являются признаки ‘дерево’, ‘предмет, покрытый белой корой’, ‘предмет, имеющий сердцевидные листья’. Содержание данного понятия выражается списком {«дерево», «предмет, покрытый белой корой», «предмет, имеющий сердцевидные листья»}.

Согласно теореме из § 25, всякое понятие подчинено или равно произведению понятий, образующих его содержание.

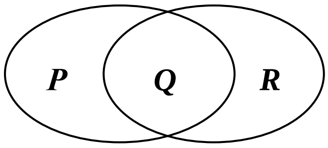
§ 27.
Обобщение и ограничение понятия

Пусть $\{P_1, P_2, ..., P_n\}$ – *содержание* понятия M_1, так что $M_1 = P_1P_2...P_n$. Изъяв из этого содержания (и соответствующего произведения признаков) признак (и сомножитель) P_1, получим понятие $M_2 = P_2P_3\ldots P_n$. Оно имеет содержание $\{P_2, P_3, \ldots, P_n\}$ и подчиняет понятие M_1.

Изъяв из содержания понятия M_2 признак P_2, получим понятие $M_3 = P_3P_4\ldots P_n$, которое имеет содержание $\{P_3, P_4, \ldots, P_n\}$ и подчиняет M_2. Таким образом можно получить ряд понятий $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$, *содержание* которых уменьшается, а логическое количество, то есть *объём*, возрастает. Каждое следующее понятие в этом ряду называется **обобщением** предыдущего: M_2 – обобщение M_1, M_3 – обобщение M_2 и т.д.

Если начать с понятия M_n и выполнить указанные действия в обратном порядке, добавляя сомножители в произведение признаков, получим ряд понятий $M_n, M_{n-1}, \ldots, M_1$, содержание которых увеличивается, а объём убывает. Каждое следующее понятие в этом ряду называется **ограничением** предыдущего: M_1 – ограничение M_2, M_2 – ограничение M_3, и т.д.

Произвольное понятие P называется **обобщением** (генерализацией) понятия Q, а понятие Q называется **ограничением** (детерминацией) понятия P, если P – общий признак понятия Q и существует такой другой общий признак R понятия Q, что $Q = RP$.



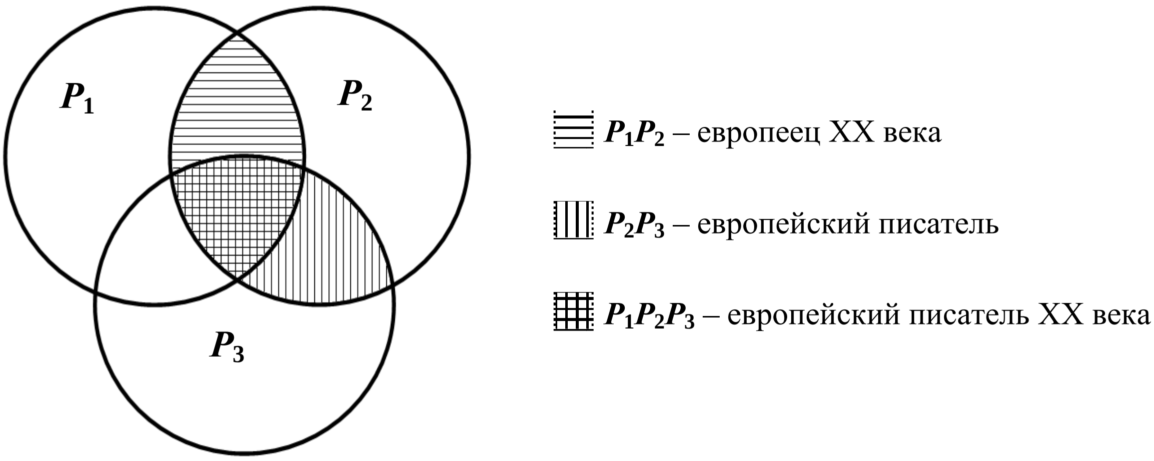
Иными словами, если R – смежный признак понятия P, то P называется **обобщением** понятия Q, равного RP, а Q называется **ограничением** понятия P.

При этом понятие R также является (другим) обобщением понятия Q, а понятие Q является ограничением понятия R.

Привнесение третьего понятия (R) в определения отношений между понятиями P и Q необходимо для того, чтобы избежать апелляции к признакам (содержаниям) понятий P и Q, избежать описания процедуры обобщения (ограничения) и тем самым упростить определение.

Если в данном определении положить $Q = M_1$ (европейский писатель XX века), $P = M_2$ (европейский писатель), $R = P_1$ (человек XX века), то получим следующий пример. Понятие M_2 (P) является обобщением понятия M_1 (Q), так как M_2 (P) – общий признак понятия M_1 (Q) и существует такой общий признак P_1 (R) понятия M_1 (Q), что $M_1 = P_1M_2$ ($Q = RP$).

Пример. Пусть P_1 – человек, живший в XX веке, P_2 – европеец, P_3 – писатель. Тогда, в соответствии с диаграммой, $M_1 = P_1P_2P_3$ – европейский писатель XX века, $M_2 = P_2P_3$ – европейский писатель, $M_3 = P_3$ – писатель.



Соответствующий ряд *обобщений*: европейский писатель XX века → европейский писатель → писатель.

Ряд *ограничений*: писатель → европейский писатель → европейский писатель XX века.

Традиционная логика видит в ряде обобщений или ограничений (M_1, M_2, M_3, …) выражение так называемого **закона обратного отношения между объёмом и содержанием понятия**.

Этот закон можно уточнить: имеет место **арифметическое обратное отношение** между числом признаков, образующих содержание понятий-членов ряда, и логическим количеством (объёмом) этих же понятий.

Поскольку эти понятия подчинены друг другу, их можно сравнивать, измеряя числом конституент, из которых они состоят.

§ 28.
Определение понятия

Почти всякий термин может быть неизвестен или непонятен тому или иному человеку. В таком случае не известно значение термина (то есть неизвестно, какие предметы именуются этим термином) или не известен смысл понятия (какое понятие термин выражает).

Значение термина и смысл понятия – не одно и то же. Смысл может быть известен, а значение – нет. Это имеет место, когда требуется *исполнение* определяющего понятия (определения). Смысл даётся определением, а значение – делением соответствующего понятия. Можно различать непонятность термина (она требует определения) и неизвестность того же термина (она требует деления или *остенсии* – прямого внесловесного указания на предмет).

Непонятный термин можно понять (сделать понятным), если узнать, каким образом выражаемое им понятие образовано, то есть произведено, выведено из других, уже известных понятий или признаков. *Композиция* (см. § 10) неизвестного понятия из известных осуществляется с помощью действий сложения, умножения и отрицания. Она может быть более или менее *точной* (*приближённой*). Рассмотрим два способа разъяснения неизвестного термина, то есть композиции соответствующего неизвестного понятия, – *определение* и *деление*. Оба они применяются для разъяснения терминов в толковых словарях.

Определением (дефиницией) понятия называется его композиция из его *общих* признаков путем их *перемножения*. (Или, иными словами, путем ряда *ограничений* его общего признака).

Определяемое (неизвестное) понятие называется **дефиниендумом** (*Dfd*). Произведение общих признаков определяемого понятия называется **определяющим** понятием, или **дефиниенсом** (*Dfns*).

В соответствии с грамматическими правилами образования имени произведения (§ 23), имя *определяющего* понятия образуется путём соединения имён (некоторых) общих признаков *определяемого* понятия с помощью союза «и» или его грамматических эквивалентов.

<u>Примеры</u> определений:

а) «Берёза (*Dfd*) есть (по определению) дерево с белой корой и сердцевидными листьями (*Dfns*)».

б) «Дерево (*Dfd*) есть (по определению) многолетнее растение с твёрдым стволом и кроной (*Dfns*)».

в) «Крона (*Dfd*) – совокупность ветвей и листьев дерева (*Dfns*)».

Отношение определения, то есть отношение между определяемым и определяющим понятиями, выражается символом ☐ (знаком равенства с треугольником над ним) или $\stackrel{Df}{=}$. Оба символа читаются «есть по определению» или, сокращённо, «есть». Поэтому (классическое) определение имеет форму

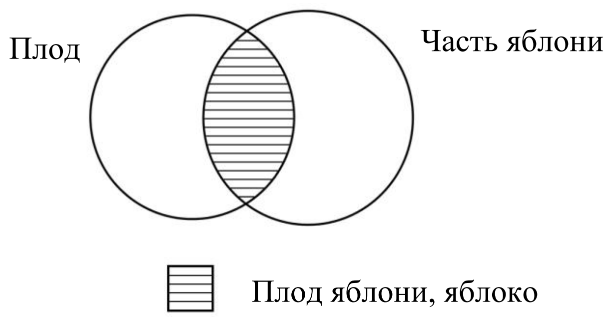
Dfd ☐ *Dfns*.

§ 29.
Адекватность (точность) определения

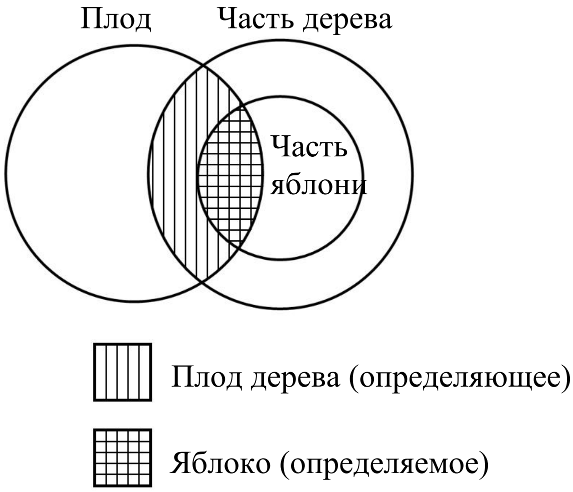
Определение называется **точным,** а также **адекватным**, если объём определяемого понятия равен объёму определяющего понятия, то есть если отношение определения («есть по определению») может быть заменено отношением равенства понятий (объёмов).

<u>Примеры</u>.

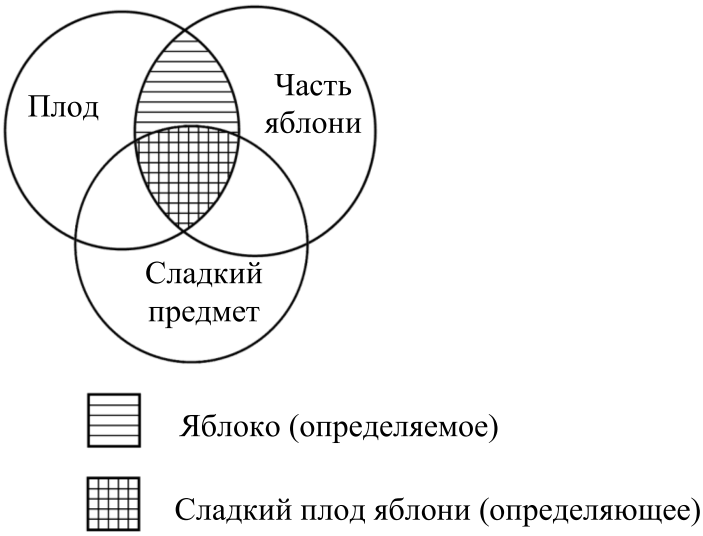
а) «Яблоко есть (☐) плод яблони». Это точное определение: объём понятия яблока равен объёму понятия плода яблони, *Dfd* = *Dfns*.



б) «Яблоко есть плод дерева». Это неточное, *широкое*, *противоречивое* определение: объём понятия яблока есть часть объёма понятия плода дерева, *Dfd* = μ *Dfns* (символ μ читается как «часть», см. § 6).



в) «Яблоко – сладкий плод яблони». Это неточное, *узкое, неполное* определение: часть объёма понятия яблока есть объём понятия сладкого яблока, *μ Dfd = Dfns*.



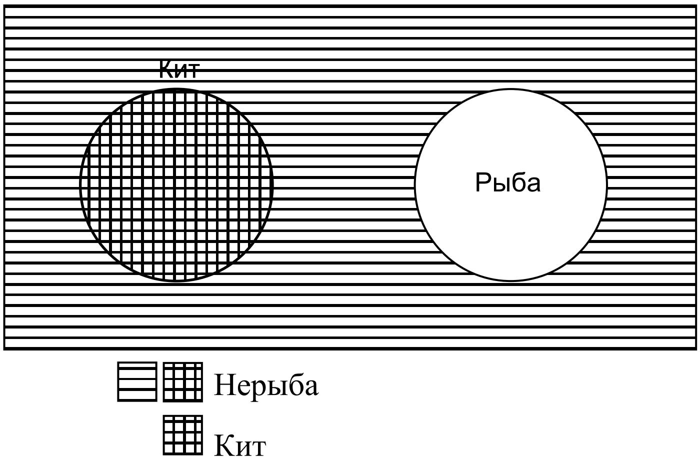
§ 30.
Отрицательное определение

Определение может оказаться *неточным*, если нарушено **правило неотрицательности определения**: определяющее понятие не должно быть контрадикторным отрицанием контрарного признака определяемого понятия.

Определение, нарушающее это правило, называется **отрицательным опеделением**. Определение, не нарушающее это правило, называется **положительным**.

Примеры:

а) «Кит – не рыба» (‘Рыба’ – контрарный признак понятия кита). Это отрицательное определение, которое оказалось *широким*: объем понятия кита есть часть объема понятия нерыбы, *Dfd* = *μ Dfns*.



Этот и аналогичные примеры мотивируют правило неотрицательности определения.

б) «Чужестранец – человек, не являющийся подданным данной страны». Это отрицательное определение, которое является *точным*: частица «не» в определяющем термине выражает контрадикторное отрицание понятия подданного данной страны, которое, в свою очередь, является контрарным признаком понятия чужестранца. Поэтому определение является отрицательным. Тем не менее, оно точно: объём понятия чужестранца равен объёму понятия человека, не подданного данной страны, *Dfd* = *Dfns*.

Это отрицательное определение лучше заменить эквивалентным (равнозначным) и тоже точным *положительным* определением «Чужестранец – подданный чужой (иной, не данной) страны». Тогда правило неотрицательности не будет нарушено.

Традиционно полагают, будто определение *отрицательного* понятия может быть отрицательным, так что определение «Чужестранец – человек, не являющийся подданным данной страны» якобы не нарушает правила неотрицательности. Однако легко увидеть произвол в том, чтобы считать понятие *чужестранца* отрицательным.

§ 31.
Уместность определения

Определение называется **уместным**, или **релевантным** (англ. *relevant* уместный, относящийся к делу, соответствующий обстоятельствам), если оно достигает коммуникативной цели, то есть разъясняет неизвестный термин адресату – тому, кому не известно его значение.

Неуместное определение «разъясняет» (пытается разъяснить) неизвестное через неизвестное и потому не является разъяснением.

Теорема. Определение уместно, если определяющее понятие является произведением признаков, известных адресату.

Доказательство очевидно.

Таким образом, уместность определения есть его соответствие знаниям адресата.

Если какие-то общие признаки определяемого не известны адресату, он может искать *их* определения, и т.д. Поэтому адресатам необходима целая **система** (совокупность согласованных) определений, каковой является, например, **толковый словарь**. Существуют словари, рассчитанные на разные категории адресатов: детские толковые, универсальные энциклопедические, специальные энциклопедические словари, энциклопедии и т.д.

Определение может оказаться **неуместным**, если нарушено **правило отсутствия тавтологии**:

Определяющее должно быть произведением хотя бы двух *общих* и *пересекающихся* (не подчиненных) признаков определяемого.

Нарушение этого правила для точного определения называется **тавтологией** (греч. *tauto* то же самое + *logos* слово), а также **кругом в определении**.

Примеры:

а) «Антропоморфизм есть антропоморфизм» – **простая** тавтология. Такое «определение» ни для кого не уместно.

б) «Яблоко – плод яблони» – **сложная** (опосредованная) тавтология, так как понятие яблони определяется понятием дерева, рождающего яблоки (и частью которого являются яблоки). Однако возможна и такая ситуация, когда адресат знает, чтó такое яблоня, но не знает, чтó такое яблоко. В таком случае тавтологичное определение «Яблоко есть плод яблони» окажется уместным.

в) «Архитектура – застывшая музыка»; «Анархия – мать порядка». Это – метафоры, которые не являются ни тавтологичными определениями, ни уместными определениями, ни определениями вообще. Это примеры **псевдоопределений** (греч. *pseudos* ложь), или мнимых определений, лжеопределений.

Требование точности и уместности определения невыполнимо для большинства определяемых понятий.

Примеры:

а) **Точное**, то есть научное, определение альбатроса будет **неуместным** (непонятным) для большинства людей – для тех, кто не является зоологом. **Уместное** же определение «Альбатрос есть крупная морская птица, похожая на чайку» является **неточным** (широким).

б) Сложные тавтологии неизбежны в словарях – самых полных системах определений. Например, в толковом словаре можно прочитать: «Мучение – мука, страдание»; «Страдание – физическая или нравственная боль»; «Боль – ощущение мучения».

§ 32.
Деление понятия

Неизвестный термин можно разъяснить путём *деления* соответствующего понятия, если оно является *общим* по математическому количеству.

Делением общего понятия называется его композиция из его *частных* признаков путём их сложения.

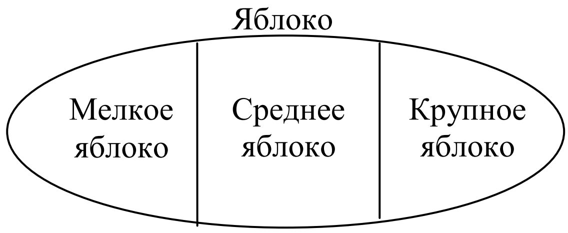
Частный признак понятия может быть получен *ограничением* его смежного признака (см. § 27).

Пример. «Красное яблоко» – частный признак понятия яблока.

Таким образом получены следующие ***примеры*** деления:

а) «Яблоки делятся на красные, желтые, зеленые и прочие».

б) «Яблоки делятся на мелкие, средние и крупные».



Рассматриваемые как *результат деления*, частные признаки делимого понятия называются его *членами деления*, или *частными понятиями*, а иногда – *видами* делимого понятия.

Деление понятия можно грамматически выразить, соединяя термины членов деления союзом «или».

Примеры.

а) «Ближайший родственник есть отец, мать, брат, сестра, сын или дочь». Дать *определение* понятия ближайшего родственника было бы по меньшей мере очень трудно.

б) «Деревья суть ели, берёзы, дубы, ... или баобабы». В этом примере деление затруднительно, так как требует перечисления всех пород (видов) деревьев, которых неопределённо много.

Эти примеры показывают, что деление и определение в практическом отношении дополняют друг друга.

§ 33.
Виды и основание деления понятия

Видами деления по числу членов деления являются дихотомия, трихотомия, тетрахотомия.

Дихотомией (греч. *dicha* две части + *tome* сечение), или *бисекцией*, называется деление на две части.

Трихотомией, или *трисекцией*, называется деление на три части.

Тетрахотомией называется деление на четыре части.

Одно и то же математически общее понятие может быть разделено поразному. Например, понятие яблока можно разделить по цвету или по размеру, а также по вкусу (на кислые, сладкие и т.п.) В таких случаях говорят, что разные деления одного понятия отличаются *основанием деления*. В примерах деления понятия яблока основаниями делений были цвет, размер и вкус яблока. Треугольники можно разделить по основанию величины угла на остроугольные, тупоугольные и прямоугольные или по основанию числа равных сторон на разносторонние, равнобедренные и равносторонние.

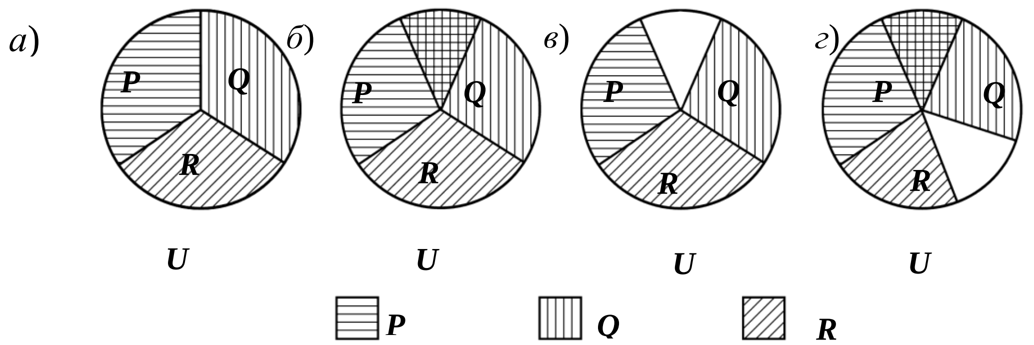
§ 34.
Точность деления понятия

Как и определение, деление может быть **точным**, или **адекватным**, и **неточным**, **неадекватным**. Условиями, или критериями (греч. *kritērion* мерило) точности деления являются его полнота и непротиворечивость.

Правило полноты деления: сумма членов деления должна быть равна делимому. Иными словами, всякий предмет из объёма делимого понятия должен принадлежать объёму хотя бы одного члена деления.

Правило непротиворечивости деления: члены деления должны быть попарно несовместимы. Иными словами, ни один предмет, входящий в объём делимого, не входит в объёмы двух членов деления. И по-другому: ни один предмет, входящий в объём одного из членов деления, не должен входить в объём никакого другого члена деления.

Примеры. Рассмотрим следующие случаи трихотомии понятия *U*.



а) $P + Q + R = U$ (полнота), $PQ = PR = QR = \varnothing$ (непротиворечивость).

Только такое, полное и непротиворечивое, деление является точным. Пример полной и непротиворечивой трихотомии: «Треугольники делятся на остроугольные (P), тупоугольные (Q), прямоугольные (R)».

б) $P + Q + R = U$ (полнота), $PQ \neq \varnothing$ (противоречивость).

Пример полной, но противоречивой трихотомии: «Треугольники делятся на остроугольные (P), равнобедренные (Q) и неостроугольные неравнобедренные треугольники (R)».

в) $P + Q + R = \mu U$ (неполнота), $PQ = PR = QR = \varnothing$ (непротиворечивость).

Пример непротиворечивой, но неполной трихотомии: «Геометрические фигуры делятся на треугольники (P), четырёхугольники (Q) и пятиугольники (R)».

г) $P + Q + R = \mu U$ (неполнота), $PQ \neq \varnothing$ (противоречивость).

Пример неполной и противоречивой трихотомии: «Геометрические фигуры делятся на остроугольные треугольники (P), равнобедренные треугольники (Q) и четырёхугольники (R)».

Для одного деления может быть использовано более чем одно основание, например, цвет и размер. В таких случаях полезно **правило несмешения (разделения) оснований деления**: сначала понятие делится по одному основанию, а затем некоторые или все члены первого деления делятся по второму основанию, и т.д. (если есть иные основания).

Нарушение этого правила называется **ошибкой смешения оснований деления**.

Примеры.

а) «Монеты делятся на мелкие, крупные белые и крупные жёлтые» – правильное (и точное) деление.

б) «Монеты делятся на мелкие, крупные и жёлтые» – неправильное относительно правила несмешения оснований деления (и противоречивое) деление.

IV

ПРОСТОЕ СУЖДЕНИЕ

§ 35.
Простое категорическое суждение.
Перевод описаний диад на языки логики

Предварительное определение простого категорического суждения было дано в § 16.

Простое категорическое суждение (греч. *kategorikos* безусловный, вполне определённый, недвусмысленный) – мысль о диаде, а тем самым – о форме диады, то есть об отношении между её материальными элементами – монадами.

Поскольку логическим образом монады является понятие, простое категорическое суждение можно определить как мысль о предметах (объёмах) двух понятий и отношении между ними.

В соответствии с этим **простое категорическое предложение** определяется как выражение отношения между двумя терминами (именами понятий).

В логике для выражения суждений приняты специальные языки: язык, близкий к естественному (базирующийся на естественном), и искусственный (язык формул). Соответствующие предложения мы получим путём **перевода** на эти языки тех описаний диад (то есть отношений между монадами в терминах части и целого, равенства и неравенства), которые приведены в последнем столбце таблицы 6. Результат перевода на естественный язык назовём **логическим предложением**, а на искусственный – **логической формулой суждения**.

Для получения логического предложения из описания диады надо заменить в нём имена монад именами понятий (терминами), и заменить знак равенства «=» глаголом-связкой: «есть» – для единичного понятия (для одного предмета) *S*, «суть» – для общего понятия (для более чем одного предмета) *S*. Знак неравенства «≠» следует заменить глаголом-связкой «не есть» или «не суть».

Имя монады «*S*» заменяется выражением «Все *S*» или «Ни один *S*» (если *S* – термин математически общего понятия) или именем «*S*» (если *S* – единичное понятие), где «*S*» рассматривается уже как имя понятия.

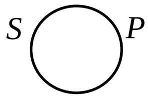
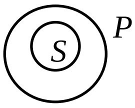
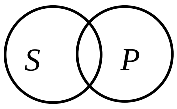
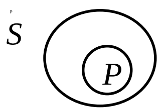
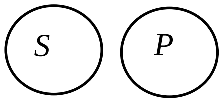
Имя «μ *S*» (где *S* – математически общее понятие) заменяется выражением «Некоторые *S*».

Выражения «Все *S*» и «Некоторые *S*» служат сокращением выражений «Все предметы понятия *S*» и «Некоторые предметы понятия *S*» соответственно.

Аналогично переводятся имена «*P*» и «μ *P*». Результат перевода представлен в следующей таблице.

Таблица 35.1

Перевод описаний диад на языки логики

Основания логики			**Логика**	
Номер и диаграмма диады	**Описания диады**		**Логическое предложение**	**Формула суждения**
 1	$S1P$	$S = P$	Все *S* суть (все) *P* *S* есть *P*	*SaP*
 2	$S2P$	$S = \mu P$	Все *S* суть (некоторые) *P* *S* есть *P*	*SaP*
 3	$S3P$	$\mu S = \mu P$	Некоторые *S* суть (некоторые) *P*	*SiP*
		$\mu S \neq \mu P$	Некоторые *S* не суть (некоторые) *P*	*SoP*
 4	$S4P$	$\mu S = P$	Некоторые *S* суть (все) *P*	*SiP*
		$\mu S \neq P$	Некоторые *S* не суть (ни один) *P*	*SoP*
 5	$S5P$	$S \neq P$	Ни один *S* не есть (ни один) *P* *S* не есть *P*	*SeP*

Формулы *SaP*, *SiP*, *SeP*, *SoP* принимаются по традиционному соглашению, о чём будет сказано в § 38. Их чтение представлено в столбце «Логическое предложение» таблицы 35.1 (а также в таблице 38). При этом слова, данные здесь в скобках, подразумеваются, но не должны произноситься. В результате их исключения при переводе описаний диад на языки логики возникает **омонимия**: формула *SaP* («Все *S* суть *P*», «*S* есть *P*») выражает диады 1 и 2, формула *SiP* («Некоторые *S* суть *P*») выражает диады 3 и 4. То же надо сказать о формуле *SoP*. Появляется также и **синонимия**: *SiP* и *SoP* – имена диады 3, они же – имена диады 4.

Путем сокращения таблицы 35.1 получена следующая таблица:

Таблица 35.2

Соответствие формул суждений номерам диад

Номер	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Формула суждения	*SaP*	*SaP*	*SiP* *SoP*	*SiP* *SoP*	*SeP*

Из этой таблицы или из исходной таблицы 35.1 получается следующая обратная к таблице 35.2 таблица:

Таблица 35.3

Соответствие номеров диад формулам суждений

Формула суждения	***SaP***	***SiP***	***SeP***	***SoP***
Номера	1 2	3 4	5	3 4

Следующая таблица, которая пригодится в разделе «Простое умозаключение», получена из таблицы 35.3 с помощью подстановок $\begin{pmatrix} S & P \\ M & P \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} S & P \\ M & S \end{pmatrix}$. Действие подстановки, например, $\begin{pmatrix} S & P \\ M & P \end{pmatrix}$, на слово состоит в замене каждого вхождения буквы S в этом слове буквой M и каждого вхождения буквы P той же буквой P.

Таблица 35.4

Соответствие номеров диад формулам суждений

Формула суждения	***MaP*** ***MaS***	***MiP*** ***MiS***	***MeP*** ***MeS***	***MoP*** ***MoS***
Номера	1 2	3 4	5	3 4

§ 36.
Синтаксические части простого категорического предложения

Как видно из таблиц 6 и 35.1, логическое предложение выражает мысль о равенстве или несовместимости объёмов или частей объёмов понятий и состоит из трёх частей, называемых **синтаксическими частями**.

Синтаксические части суть *субъект, предикат* и *логическая связка* предложения (и соответствующего суждения).

Субъектом (лат. *subjectum* подлежащее) предложения (суждения) называется его первый термин (понятие).

Предикатом (лат. *praedicatum* сказуемое) предложения (суждения) называется его второй термин (понятие).

Традиционно предикат истолковывается как *признак*, или *атрибут*, субъекта (предикат может быть собственным, общим, частным, отрицательным или смежным признаком субъекта).

Логической связкой предложения называется отношение между субъектом и предикатом, представленное как отношение равенства или несовместимости между их объёмами или частями их объёмов, согласно описанию диады в логических терминах в таблице 6.

Поэтому связка предложения выражается не только глаголом «есть», «суть», «не есть» или «не суть», но также словами, указывающими логическое количество (общее или частное) субъекта.

Пример.

«Аристотель основал логику» – простое категорическое предложение. Но в этом грамматическом предложении связка отсутствует, хотя она подразумевается. В *логическом* предложении она должна быть выражена явно:

$$\underbrace{\text{«Аристотель}}_{\text{субъект}}\ \underset{\substack{\uparrow\\ \text{логическая}\\ \text{связка}\\ \text{предложения}}}{\text{есть}}\ \underbrace{\text{основатель логики»}}_{\text{предикат}}.$$

Если S – имя субъекта (субъект-термин), а P – имя предиката (предикат-термин), то простое категорическое суждение выражается логической формулой «$S – P$», где знак «–» (тире) выражает логическую связку предложения.

§ 37.
Качество и логическое количество простого категорического суждения. Математическое количество простого категорического суждения

Качеством суждения называется основание деления суждений на утвердительные и отрицательные.

Суждение называется **утвердительным** (положительным) **по качеству**, если оно есть мысль о *равенстве* объёмов или частей объёмов субъекта и предиката. Это отношение равенства выражается грамматической связкой – каноническим (принятым в логике) глаголом «есть» или «суть», а неканонически – глаголом «является» (в нужном числе) или знаком «–» (тире).

Канон (греч. *kanon* правило, предписание) – всё, что твёрдо установлено, стало традиционным и общепринятым.

Суждение называется **отрицательным по качеству**, если оно есть мысль о *несовместимости* объёмов или частей объёмов субъекта и предиката. Это отношение несовместимости выражается грамматической связкой – каноническим глаголом «не есть» или «не суть», а неканонически – глаголом «не является» или выражением «– не ».

Примеры.
«Этот гриб – красный» (утвердительное).
«Этот гриб не есть съедобный» (отрицательное).
«Этот гриб есть несъедобный» (утвердительное).
«Этот гриб несъедобный» (качество не определено).

Количеством суждения называется основание деления суждений на общие и частные.

Общим по логическому количеству (логически общим) называется суждение, субъект которого является *общим* по логическому количеству понятием, то есть суждение, в объёме субъекта которого мыслятся *все* предметы субъекта (см. § 19).

В традиционных курсах логики в таком случае говорят, что субъект *распределён*. Понятие распределённости (не распределённости) распространяется и на предикат и считается важным в вопросах о преобразовании формы суждения (конверсии) и поиске правильных модусов простого категорического силлогизма.

Общее количество суждения, субъект которого является математически общим понятием, выражается каноническими словами «все» (для утвердительных суждений) или «ни один» (для отрицательных суждений), помещаемыми перед именем субъекта в предложении. Если субъект является единичным понятием, то слова «все» и «ни один» лишаются смысла, поэтому их не должно быть в таком предложении.

Частным по логическому количеству называется суждение, субъект которого является *частным* по логическому количеству понятием, то есть суждение, в объёме субъекта которого мыслится *часть* предметов субъекта, то есть *некоторые*, но не все, его предметы.

В традиционных курсах логики в таком случае говорят, что субъект *не распределён*.

Поэтому субъектом частного суждения может быть только общее по математическому количеству понятие. Частное количество суждения канонически выражается неопределённым местоимением «некоторые» (помещаемым перед именем субъекта в предложении).

Следующее определение необходимо для того, чтобы определять количество любого данного категорического суждения.

Общим по математическому количеству (математически общим) суждением называется суждение, субъектом которого является общее по математическому количеству понятие.

Пример. «Все философы суть мыслители».

Единичным (по математическому количеству) суждением называется суждение, субъект которого – единичное понятие.

Пример. «Сократ есть философ».

Теорема. Единичное суждение необходимо является общим по логическому количеству.

Доказательство. Объём субъекта единичного суждения содержит только один предмет. Поэтому, мысля его, мы мыслим *все* предметы субъекта. Следовательно, единичное суждение является общим (см. также § 19).

Примеры.
«Все грибы съедобны» (общее).
«Некоторые грибы съедобны» (частное).
«Этот гриб съедобен» (общее).

§ 38. Четыре формы простого категорического предложения, определяемые его количеством и качеством

Формой предложения называется отношение между его субъектом и предикатом. Как ясно из § 36, это есть отношение равенства или несовместимости между объёмами или частями объёмов субъекта и предиката.

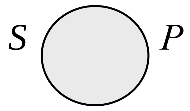
Разделив понятие суждения сначала по основанию количества, а затем оба полученные члены деления – по основанию качества, получим четыре формы, или вида, суждения. Выражающие их логические предложения и формулы были записаны в двух последних столбцах таблицы 35.1.

Общеутвердительным суждением называется суждение, общее по количеству и утвердительное по качеству.

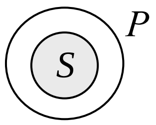
Все такие суждения получили традиционное простое имя A (первая гласная латинского слова *affirmo* – утверждаю). Строчная буква a выражает логическую связку общеутвердительного суждения в формуле (например, SaP).

Примеры (в этом и следующем примерах штриховка изображает ту часть объёма субъекта, предметы которой мыслятся в суждении).

«Все $\underbrace{\text{яблоки}}_{S}$ $\underset{a}{\text{суть}}$ $\underbrace{\text{плоды яблони}}_{P}$».



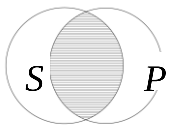
«Все $\underbrace{\text{яблоки}}_{S}$ $\underset{a}{\text{суть}}$ $\underbrace{\text{плоды}}_{P}$».



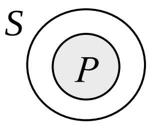
Частноутвердительным суждением называется суждение, частное по количеству и утвердительное по качеству. Традиционное простое имя всех таких суждений – *I* (вторая гласная слова *affirmo*). Строчная буква *i* выражает логическую связку в формуле частноутвердительного суждения (например, *SiP*).

<u>Примеры</u>.

«Некоторые $\underbrace{\text{яблоки}}_{S}$ $\underset{i}{\text{суть}}$ $\underbrace{\text{красные (предметы)}}_{P}$».



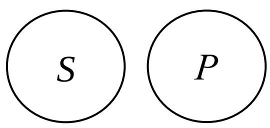
«Некоторые $\underbrace{\text{плоды}}_{S}$ $\underset{i}{\text{суть}}$ $\underbrace{\text{яблоки}}_{P}$».



Общеотрицательным суждением называется общее и отрицательное суждение. Традиционное имя – *E* (первая гласная латинского слова *nego* – отрицаю). Строчная буква *e* выражает логическую связку общеотрицательного суждения в формуле (например, *SeP*).

<u>Пример</u>.

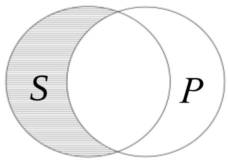
«Ни одно $\underbrace{\text{яблоко}}_{S}$ $\underset{e}{\text{не есть}}$ $\underbrace{\text{груша}}_{P}$».



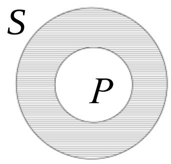
Частноотрицательным суждением называется частное и отрицательное суждение. Традиционное имя – *O* (вторая гласная слова *nego*). Строчная буква *o* выражает его логическую связку в формуле (например, *SoP*).

<u>Примеры</u>.

«Некоторые $\underbrace{\text{яблоки}}_{S}$ $\underset{o}{\text{не суть}}$ $\underbrace{\text{красные (предметы)}}_{P}$».



«Некоторые $\underbrace{\text{плоды}}_{S}$ $\underset{o}{\text{не суть}}$ $\underbrace{\text{яблоки}}_{P}$».



В результате получаем таблицу:

Таблица 38

Грамматическое выражение суждения в зависимости от его формы и математического количества

Форма (формула)	**Математическое количество суждения**	**Грамматическое выражение (чтение)**
SaP	общее	Все *S* суть *P*
	единичное	*S* есть *P*
SiP	общее	Некоторые *S* суть *P*
	единичное	–
SeP	общее	Ни один *S* не есть *P*
	единичное	*S* не есть *P*
SoP	общее	Некоторые *S* не суть *P*
	единичное	–

Прочерк в клетке таблицы означает, что соответствующее суждение (частное суждение с единичным субъектом, то есть частное суждение об одном предмете) невозможно, немыслимо и потому не должно быть выражаемо.

§ 39.
Предмет, материя и форма простого категорического предложения

Простое категорическое суждение – мысль о диаде, его протологическом прообразе (см. § 16), выраженная простым категорическим предложением (см. § 35). Выражаемая диада и есть предмет выражающего её предложения.

Определим **материю предложения** как материю его предмета (диады), то есть как совокупность $\{S, P\}$, где S – материя субъекта, P – материя предиката.

Строго говоря, материя простого категорического предложения (как и материя простого категорического силлогизма, см. § 60) должна определяться как соответствие «термин – материя термина», например:

Термин предложения	Субъект	Предикат
Материя термина	*человек*	*смертный*

Мы отождествили материю предложения с материей предмета предложения. Материя не лжёт, только форма способна лгать. Предложение «Я лгу» «лжеца» из антиномии лжеца (см. § 83) истинно как выражение материи и ложно как выражение формы. Так *вещь в себе* является в материи знания (суждения), но не является в его форме. Излагая замысел трансцендентальной логики в «Критике чистого разума», Кант по существу рисует **противоречие между материей предмета знания и формой знания**. В § 41 появляется более простая форма такого противоречия.

<u>Пример 1</u>. Материей предложения «Все люди смертны» является совокупность {*человек* (субъект), *смертный* (предикат)} (где «человек» – субъект, «смертный» – предикат).

Форма предложения выражается с помощью термина «общеутвердительный», «частноутвердительный» или т.п., или формулой (именем-описанием) SaP, SiP, SeP или SoP, или простым именем A, I, E или O.

<u>Пример 2</u>. Форма предложения «Все люди смертны (суть смертные)» есть SaP, или A, то есть общеутвердительная.

Как показывают предыдущие примеры, из любого данного логического предложения можно непосредственно извлечь его форму и материю. И обратно, если даны форма и материя предложения порознь, то путём их соединения можно получить само предложение.

Пример 3. Из формы *I* и материи {кит (субъект), млекопитающее (предикат)} можно получить предложение «Некоторые киты суть млекопитающие».

Истинно ли это предложение? Большинство учащихся обычно отвечает «нет». Их образ мыслей оправдан логикой Васильева (см. § 42). Остальные, отвечающие утвердительно, мыслят согласно логике Аристотеля. Как видно, всякая интуиция может найти свою логику, оправдывающую её.

Форму *предмета* предложения необходимо отличать от формы самого этого предложения.

По нашему установлению, надо отличать форму предмета от формы выраженной мысли (предложения) об этом предмете. Это необходимо, поскольку форма предмета может быть тождественна и может быть не тождественна форме соответствующего предложения. Предложение истинно, если оно изоморфно своему предмету, и ложно в противном случае (см. подробнее в § 41). Материя же предмета всегда отличается от материи предложения, поэтому говорить об этом отличии не имеет особого смысла.

§ 40.
**Правила поиска материи и формы данного простого предложения

Алгоритм (последовательность предписываемых действий, решающая задачу) поиска материи и формы данного простого предложения, то есть перевода этого предложения из грамматической формы в логическую, состоит из трёх следующих шагов.

1. Выбрать субъект предложения, указав **материю** субъекта. Естественно принять за субъект грамматическое подлежащее данного предложения, хотя это и не обязательно. В выборе материи субъекта допускается произвол.

Субъект должен быть выражен именем существительным (или местоимением, или группой существительного или местоимения) в именительном падеже. Если субъект имеет грамматическую форму прилагательного или глагола, то его надо *субстантивировать*, то есть перевести в форму существительного (см. ниже пункт 3).

2. Найти логическую форму предложения, то есть его количество и качество. Поскольку субъект уже выбран, в определении его логического количества не может быть никакого произвола. Грамматическим признаком логически *общего* предложения являются слова «все», «всякий», «любой», «каждый» или «ни один», а *частного* предложения – слова «некоторые», «иные», «многие», «немногие», «большинство», «меньшинство», «значительное число», «незначительное число», «большая часть», «небольшая часть» и т.п., стоящие перед словами, выражающими субъект предложения.

В определении качества предложения возможен произвол. Если о субъекте в предложении что-то утверждается и частица отрицания «не» в нём отсутствует, то естественно считать предложение утвердительным. Если что-то отрицается о субъекте, и в том, что говорится о субъекте, присутствует частица «не», то эту частицу можно поставить перед логической связкой предложения и считать его отрицательным. Но ту же частицу «не» можно поставить после связки непосредственно перед предикатом, то есть ввести её в состав предиката. Тогда суждение окажется утвердительным.

Установление количества и качества данного предложения позволяет определить его полную логическую форму, то есть выбрать для него одну из четырёх форм, *A*, *I*, *E* или *O*.

3. Найти предикат предложения (его **материю**). После того, как материя субъекта и форма предложения выбраны, определение материи предиката предопределено исходным предложением и не допускает произвола. Чтобы образовать предикат логического предложения, необходимо использовать все оставшиеся слова исходного предложения и, может быть, ввести новые слова, которые в исходном предложении только подразумевались, мыслились, но не были выражены.

Если найденный предикат имеет грамматическую форму прилагательного или глагола, то её так же, как форму субъекта, надо преобразовать в форму существительного в именительном падеже. Для этого можно использовать дополнительные слова: существительное «предмет» или местоимения «нечто», «некто», «то, что», «тот, кто» и т.п.

Например, прилагательное «красное» можно преобразовать в существительное «красный предмет», «предмет, который красный», «нечто красное», «то, что красное» или т.п. Можно даже оставить в качестве предиката слово «красное», понимая его не как прилагательное, а как существительное.

Всякое прилагательное, выражающее свойство предмета, можно понимать как существительное, называющее сам этот предмет согласно его свойству.

Глагол «движется» можно представить существительным «движущийся предмет», «предмет, который движется», «нечто движущееся», «то, что движется» или т.п.

Окончательно предложение должно быть выражено в каноническом виде согласно таблице 38. Если предикат образован правильно, то полученное предложение не искажает смысл исходного предложения ни малейшим образом, в частности, не содержит дополнительного смысла. В этом надо специально убедиться. Обнаружив искажение, надо устранить его путём соответствующего изменения материи предиката.

Замечание. Из данного алгоритма ясно, что одно и то же грамматическое предложение можно представить разными логическими предложениями, отличающимися материей и формой. Таких вариантов логического выражения (оформления), сохраняющих исходную мысль, может быть найдено много. Некоторые из них будут более удачны, естественны, другие – менее удачны, искусственны.

Контрольные вопросы и задачи к § 40

1. Назовите четыре формы предложения и обозначающие их буквы (A, I, E, O).
2. Дайте пример материи предложения $\{S, P\}$ и четыре примера предложений для этой материи для каждой формы (SaP, SiP, SeP, SoP).
3. Кратко перескажите алгоритм поиска материи и формы данного предложения.

Задание. Найдите материю и форму данного предложения.

Задачи.

1. Это яблоко сладкое.
2. Многие птицы летают.
3. Журавль летит.
4. Наполеон был императором Франции.
5. Каждый желает блага.
6. Не следует раба держать в неволе.
7. Бога нет.
8. Смеркается.
9. Ночь.

§ 41.
Истинность предложения

В § 39 мы различили материю предмета предложения, форму этого предмета и форму самого предложения. Различение формы предмета и формы предложения необходимо потому, что язык позволяет производить любые предложения независимо от того, выражают ли они что-либо или не выражают. Поэтому в логике возникает **проблема истины**, то есть соответствия между предложением и выражаемым им предметом.

Предложение называется **истинным**, если оно как предмет своего рода *изоморфно* (см. § 5) своему предмету, то есть его форма тождественна форме его предмета. В противном случае предложение называется **ложным**.

Выражаемая номером диады форма предмета предложения необходимо соответствует материи этого предмета. Иными словами, сам по себе предмет (предложения) является истиной в качестве того, что есть, или материальной (онтологической) истиной. Поэтому изоморфизм предложения и предмета этого предложения есть соответствие между формой предложения и материей его предмета, и поэтому определённые выше истина и ложь называются ещё **материальными** истиной и ложью.

<u>Пример 1</u>. «Все киты суть рыбы». Материя этого предложения – совокупность {*кит* (субъект), *рыба* (предикат)}. Из этой материи и внелогического источника знания (знания соответствия имён реалиям, то есть реальным предметам) следует, что данное предложение является образом диады 5 (так как понятия кита и рыбы несовместимы). Однако данное предложение имеет форму *A*, которая, согласно таблице 35.1, должна выражать диаду 1 или 2. Таким образом, форма предложения (номер 1 или 2) не соответствует форме предмета (номер 5), или материи предложения, следовательно, данное предложение (материально) ложно.

<u>Пример 2</u>. «Некоторые животные суть хищники». Материя предмета предложения – {*животное* (субъект), *хищник* (предикат)}. Из внелогического источника знания следует, что предложение является образом диады 4 (понятие животного подчиняет понятие хищника). Само оно имеет форму *I*, которая соответствует диаде 3 или 4 (см. таблицу 35.1). Таким образом, форма предложения (номер 3 или 4) соответствует форме предмета (номер 4), или материи предложения, следовательно, оно (материально) истинно.

Из этих примеров видно, что (материально) истинное предложение выражает реальный (существующий) предмет, а ложное – нереальный, то есть пустой, предмет. Так, например, не существует китов, которые суть рыбы (понятие ‘кит-рыба’ пусто), но существуют животные, которые суть хищники (понятие ‘животное-хищник’ не пусто).

Определение материальной истинности предложения предполагает, что должно быть дано и определение формальной истинности. Действительно, последнее определение может быть дано применительно к простому категорическому предложению, однако в этом случае оно излишне. Определение формальной истинности необходимо лишь в пропозициональной логике (см. об истории этой логики в § 2), то есть в отношении сложного предложения, истинность которого является функцией истинности составляющих его простых предложений. Это определение дано в § 74.

§ 42.
Истинность предложения в логиках Аристотеля и Васильева. Соглашение (аксиома) аристотелевской логики

Рассмотрим в качестве примера предложение «Некоторые киты суть млекопитающие», которое в аристотелевой логике считается истинным. Действительно, поскольку истинно то, что все киты – млекопитающие, истинно и то, что этот кит – млекопитающее, и тот кит – тоже млекопитающее, и любая совокупность китов (часть совокупности всех китов) – это совокупность млекопитающих. Ведь если все киты – млекопитающие, то не может быть, что некоторые из них – не млекопитающие. И вообще, кажется естественным считать, что, если все S суть P, то и некоторые S тоже суть P.

Последняя мысль выражается схемой $\frac{SaP}{SiP}$. Можно было бы принять также и схему $\frac{SeP}{SoP}$ (если ни один S не есть P, то и некоторые S не суть P).

Но посмотрим, что нам даст данное в § 41 определение истины и та процедура определения истинности, которая там представлена. Материя предмета данного предложения – {кит (субъект), млекопитающее (предикат)}. Из внелогического источника знания следует, что данное предложение выражает диаду 2 (понятие кита подчиняется понятию млекопитающего). Само оно имеет форму I, которая соответствует диаде 3 или 4 (см. таблицу 35.1). Таким образом, форма предложения (номер 3 или 4) не соответствует форме предмета (номер 2), или материи предложения, поэтому оно материально ложно.

Это противоречие объясняется тем, что таблица 35.1 представляет перевод описаний диад на язык не логики Аристотеля, а другой логики, которой можно дать имя Васильева (см. § 2). Логика Васильева в нахождении истинности суждений оказывается соответствующей интуиции большинства и в этом смысле более естественной. Это значит, что, услышав предложение «Некоторые киты суть млекопитающие», люди обычно подразумевают «**Только некоторые** киты – млекопитающие». В аристотелевой логике подразумевается иное: «**Только некоторые или все** киты – млекопитающие».

Вместе с таблицей 35.1 может быть представлена иная таблица перевода описаний диад на языки логики, только уже логики не Васильева, а Аристотеля. Эту новую таблицу можно получить из таблицы 35.1, изменив смысл частных предложений, то есть приняв схемы $\frac{SaP}{SiP}$ и $\frac{SeP}{SoP}$. Будем называть эти схемы *соглашением (аксиомой) аристотелевской логики*, которое может быть принято (как в § 45) либо отвергнуто.

Если исходить из такой (иной) таблицы, для которой принято названное соглашение, то предложение «Некоторые киты – млекопитающие» окажется истинным.

До сих пор изложения логики, следующие традиции, содержат противоречие – несоответствие между теорией простого категорического предложения и теорией простого категорического силлогизма. Оно заключается в том, что теория предложения опирается на таблицу 35.1 (Васильева), а теория силлогизма неявно – на иную таблицу (Аристотеля). Это значит, что традиционное изложение логики нелогично. Поскольку категорические силлогизмы состоят из категорических предложений, кажется, что первые и вторые должны быть предметами одной и той же теории (логики). Чтобы следовать собственному принципу непротиворечия, классической логике необходимо явно разделиться на две логики, Аристотеля и Васильева, и в обоих логиках построить согласованные друг с другом теории предложений и силлогизмов.

При этом не следует полагать, что возможен окончательный выбор в пользу одной из двух этих логик и отказ от другой. Против логики Васильева говорит неестественность некоторых её силлогистических модусов (см. § 66). Можно сказать, что логика Васильева более естественна в теории простого категорического предложения, а логика Аристотеля – в теории простого категорического силлогизма.

§ 43.
Инверсия формулы суждения

Инверсией (лат. *inversio* переворачивание; перестановка) формулы суждения называется перестановка её левой и правой частей (терминов) согласно схеме $\frac{S-P}{P-S}$, где знак тире (–) должен быть заменен буквой *a*, *i*, *e* или *o*. Над чертой записана исходная формула, под чертой – результат её инверсии.

Пример. Схема $\frac{SaP}{PaS}$. Она читается «Если *SaP*, то *PaS*».

Поскольку формула выражает диаду, её инверсия должна соответствовать *конверсии* выражаемых формулой диад, производимой согласно схеме $\frac{Sk'P}{PkS}$ (см. § 7). Каково это соответствие, какие номера диад соответствуют инвертированным формулам? Ответ понадобится далее, в главе IV («Простое умозаключение»). Получим его из таблицы 35.3, производя в ней действия инверсии формул и конверсии диад. Первый столбец таблицы 35.3 преобразуется следующими четырьмя действиями:

$$\begin{array}{|c|}\hline SaP \\ \hline 1\ 2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1)} \begin{array}{|c|}\hline SaP \\ \hline \mathrm{S1P} \\ \mathrm{S2P} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{2)} \begin{array}{|c|}\hline PaS \\ \hline \mathrm{S1P} \\ \mathrm{S2P} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{3)} \begin{array}{|c|}\hline PaS \\ \hline \mathrm{P1S} \\ \mathrm{P4S} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{4)} \begin{array}{|c|}\hline PaS \\ \hline 1\ 4 \\ \hline \end{array}$$

1) Замена номеров (простых имён) диад их синонимами – именами-описаниями согласно таблице 6 («Диады»).

2) Инверсия формулы, то есть перестановка в ней букв S и P.

3) Инверсия диад согласно таблице 7.1.

4) Замена имён-описаний диад их номерами.

Аналогично преобразуются другие столбцы таблицы 35.3. В результате получится следующая таблица.

Таблица 43.1

Соответствие номеров диад инвертированным формулам суждений

Формула	***PaS***	***PiS***	***PeS***	***PoS***
Номера	1 4	2 3	5	2 3

Применяя к этой таблице подстановки $\begin{pmatrix} S\ P \\ MP \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} S\ P \\ MS \end{pmatrix}$, получим таблицу:

Таблица 43.2

Соответствие номеров диад инвертированным формулам суждений

Формула	***PaM SaM***	***PiM SiM***	***PeM SeM***	***PoM SoM***
Номера	1 4	2 3	5	2 3

§ 44.
Конверсия предложения

В предыдущем параграфе мы определили инверсию формулы суждения как перестановку её левой и правой частей, то есть терминов. Выясним теперь, является ли инвертированная формула (результат инверсии) синонимом исходной формулы.

Конверсией (обращением) логического предложения называется такое его преобразование, при котором формула предложения инвертируется, а конвертированное предложение имеет то же качество и выражает ту же диаду.

Последнее означает, что конвертированное предложение является синонимом исходного предложения.

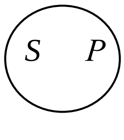
> Следовательно, вопрос *конверсии* – это вопрос о *модальности*: мыслим ли мы данную диаду посредством предложения *S–P* или *P–S*?

Общая схема конверсии $\frac{S-P}{P-S}$ тождественна схеме инверсии. Частные схемы, то есть схемы для предложений *SaP*, *SiP*, *SeP*, *SoP*, можно получить механически с помощью таблиц 35.3 и 43.1, но мы получим их *интуитивно* с помощью таблицы 35.1 «Перевод описаний диад на языки логики».

При перестановке субъекта и предиката необходимо мыслить те же предметы из их объёмов, которые мыслились в исходном предложении. Только при этом условии результат конверсии будет синонимом исходного предложения. Но тогда при конверсии некоторых предложений их (логическое) количество изменится.

В каждом из следующих далее случаев получения схемы конверсии двунаправленная стрелка над верхним предложением показывает взаимную перестановку субъекта и предиката в нём. Предложение, являющееся результатом этой перестановки, записано внизу, под горизонтальной чертой. Схема конверсии (справа) получается путём заменены этих грамматических предложений соответствующими логическими формулами.

а) Конвертируем предложение, прообразом которого является диада *S*1*P*:

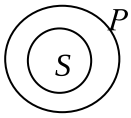


SaP $\quad \frac{\text{Все } S \text{ суть (все) } P}{\text{Все } P \text{ суть (все) } S} \quad \frac{SaP}{PaS}$

> Протологическим (относящимся к основаниям логики) прообразом получившейся схемы конверсии $\frac{SaP}{PaS}$ является схема $\frac{S1P}{P1S}$.

<u>Пример 1</u>. «Если все сыновья – внуки, то все внуки – сыновья».

б) Сделаем то же для образа диады *S*2*P*:



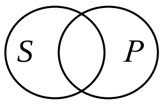
SaP

$$\frac{\text{Все } S \text{ суть (некоторые) } P}{\text{Некоторые } P \text{ суть (все) } S} \qquad \frac{SaP}{PiS}$$

Протологическим прообразом схемы конверсии $\frac{SaP}{PiS}$ является схема $\frac{S2P}{P4S}$.

Пример 2. «Если все кошки – животные, то некоторые животные – кошки».

в) Диада $S3P$ выражается предложениями SiP и SoP. В случае SiP действуем следующим образом.



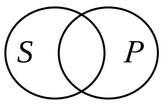
SiP

$$\frac{\text{Некоторые } S \text{ суть (некоторые) } P}{\text{Некоторые } P \text{ суть (некоторые) } S} \qquad \frac{SiP}{PiS}$$

Протологическим прообразом схемы конверсии $\frac{SiP}{PiS}$ является схема $\frac{S3P}{P3S}$.

Пример 3. «Если некоторые кошки рыжи, то некоторые рыжие (существа) – кошки».

В случае *SoP* поступаем аналогичным образом:



SoP

$$\frac{\text{Некоторые } S \text{ не суть (ни один) } P}{\text{Ни один } P \text{ не есть (некоторые) } S} \qquad \frac{SoP}{?}$$

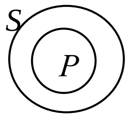
Но предложения вида «Ни один *P* не есть (некоторые) *S*» (с точностью до инверсии *S* и *P*) нет в таблице 35.1, поэтому частноутвердительное предложение (*SoP*) считается *необратимым*.

Протологческая схема $\frac{S3P}{P3S}$ не имеет логического образа для случая, когда выражением диады $S3P$ является предложение SoP.

Пример 4. «Если некоторые кошки не рыжи, то ни одно рыжее существо – не кошка». В результате формальной конверсии, проведённой по аналогии с предыдущими случаями, получили ложное предложение «Ни одно рыжее существо – не кошка».

Из последнего примера видно, что частноотрицательное предложение (*SoP*) считается необратимым потому, что, в отличие от *субъекта*, логическое количество *предиката* в предложениях не выражается, то есть остаётся неопределённым (в таблице 35.1 соответствующие выражения заключены в скобки). Иначе конверсия была бы возможна: «Если некоторые кошки не рыжи, то ни одно рыжее существо не есть некоторая (не рыжая!) кошка».

г) Диада *S*4*P* также выражается предложениями *SiP* и *SoP*, и мы опять рассмотрим два соответствующих этому случая:

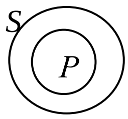


SiP

$$\frac{\text{Некоторые } S \text{ суть (все) } P}{\text{Все } P \text{ суть (некоторые) } S} \qquad \frac{SiP}{PaS}$$

Протологическим прообразом схемы конверсии $\frac{SiP}{PaS}$ является схема $\frac{S4P}{P2S}$.

<u>Пример 5</u>. «Если некоторые млекопитающие – киты, то все киты – млекопитающие».



SoP

$$\frac{\text{Некоторые } S \text{ не суть (ни один) } P}{\text{Ни один } P \text{ не есть (некоторые) } S} \qquad \frac{SoP}{?}$$

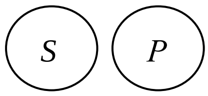
Предложения вида «Ни один *P* не есть (некоторые) *S*» нет в таблице 35.1, поэтому предложение *SoP* считается необратимым.

Протологческая схема $\frac{S4P}{P2S}$ не имеет логического образа для случая, когда выражением диады *S*4*P* является предложение *SoP*.

<u>Пример 6</u>. «Если некоторые млекопитающие – не киты, то ни один кит – не млекопитающее». Результат формальной конверсии – ложное предложение «Ни один кит – не млекопитающее».

И в этом случае конверсия была бы возможна, если бы было принято выражать в предложении логическое количество предиката: «Если некоторые млекопитающие – не киты, то ни один кит не есть некоторое (из тех, кто не имеет признаков кита) млекопитающее».

д) Конвертируем предложение, прообразом которого является диада *S*5*P*:

 SeP $\quad \dfrac{\text{Ни один } S \text{ не есть (ни один) } P}{\text{Ни один } P \text{ не есть (ни один) } S} \quad \dfrac{SeP}{PeS}$

Протологическим прообразом схемы конверсии $\dfrac{SeP}{PeS}$ является схема $\dfrac{S5P}{P5S}$.

Пример 7. «Если ни одна собака – не кошка, то ни одна кошка – не собака».

Сведём эти результаты в следующую таблицу.

Таблица 44

Конверсия предложения

Предложение (формула)	***SaP***		***SiP***		***SeP***	***SoP***	
Номер диады	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**3**	**4**
Результат конверсии	*PaS*	*PiS*	*PiS*	*PaS*	*PeS*	Не определён (предложение не конвертируемо)	
Схема конверсии	$\frac{SaP}{PaS}$	$\frac{SaP}{PiS}$	$\frac{SiP}{PiS}$	$\frac{SiP}{PaS}$	$\frac{SeP}{PeS}$	Не определена	

При конверсии предложений, выражающих симметричные диады (1, 3, 5), количество исходного предложения не изменяется. В логической традиции такую конверсию называют *чистой*.

V

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

§ 45.
Сравнимые предложения. Зависимость их истинности от формы их предмета

Сравнимыми называются предложения, не отличающиеся материей, но отличающиеся формой, то есть количеством и качеством.

Примеры. Предложения «Некоторые киты – млекопитающие» и «Некоторые киты – не млекопитающие» сравнимы. Предложения «Некоторые киты – млекопитающие» и «Некоторые слоны – млекопитающие» несравнимы.

Для данной материи $\{S, P\}$ (где S – общий по математическому количеству термин) существуют четыре сравнимых предложения SaP, SiP, SeP, SoP. Найдём их истинность для каждого из пяти возможных отношений между элементами их материи – субъектом S и предикатом P, то есть для каждой формы их предмета (диады).

Примем при этом в качестве третьей (после аксиом диады и триады) аксиомы соглашение аристотелевской логики – схемы $\frac{SaP}{SiP}$, $\frac{SeP}{SoP}$ (см. § 42).

Пример. Примем истинность предложений «Если все киты – млекопитающие, то и некоторые киты – млекопитающие»; «Если ни один кит – не рыба, то и все киты – не рыбы».

Таблицу 45.1 можно получить механически согласно процедуре, описанной в § 41 и принятому соглашению. Однако мы получим её интуитивно, созерцая диаграммы диад.

В этой и следующей таблицах серым цветом выделены клетки, соответствующие *единичным* предложениям (терминам S).

В результате сокращения этой таблицы получим таблицу 45.2.

Таблица 45.1

Истинность сравнимых предложений в зависимости от формы их предмета

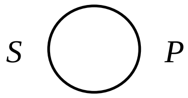
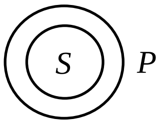
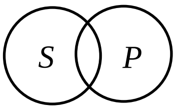
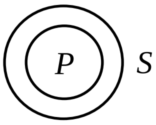
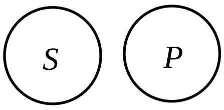
Предложение (формула) / **Номер и диаграмма диады**	***SaP***	***SiP***	***SeP***	***SoP***
 1	И$_{1}$	И$_{1}$	Л$_{1}$	Л$_{1}$
 2	И$_{2}$	И$_{2}$	Л$_{2}$	Л$_{2}$
 3	Л$_{3}$	И$_{3}$	Л$_{3}$	И$_{3}$
 4	Л$_{4}$	И$_{4}$	Л$_{4}$	И$_{4}$
 5	Л$_{5}$	Л$_{5}$	И$_{5}$	И$_{5}$

Таблица 45.2

Истинность сравнимых предложений в зависимости от формы их предмета

Форма / **Номер диады**	***A***	***I***	***E***	***O***
1 2	И$_{12}$	И$_{12}$	Л$_{12}$	Л$_{12}$
3 4	Л$_{34}$	И$_{34}$	Л$_{34}$	И$_{34}$
5	Л$_{5}$	Л$_{5}$	И$_{5}$	И$_{5}$

Отказавшись от соглашения логики Аристотеля, можно получить таблицу, аналогичную таблице 45.1 и отличающуюся от последней в некоторых клетках. Она относится к логике Васильева.

§ 46.
Взаимозависимость истинности сравнимых предложений

По таблице 45.2 механически строится следующая таблица.

Таблица 46

Взаимозависимость истинности сравнимых предложений

		A	*I*	*E*	*O*
A	И$_{12}$	И$_{12}$	И$_{12}$	Л$_{12}$	Л$_{12}$
	Л$_{345}$	Л$_{345}$	И$_{34}$Л$_{5}$	И$_{5}$Л$_{34}$	И$_{345}$
I	И$_{1234}$	И$_{12}$Л$_{34}$	И$_{1234}$	Л$_{1234}$	И$_{34}$Л$_{12}$
	Л$_{5}$	Л$_{5}$	Л$_{5}$	И$_{5}$	И$_{5}$
E	И$_{5}$	Л$_{5}$	Л$_{5}$	И$_{5}$	И$_{5}$
	Л$_{1234}$	И$_{12}$Л$_{34}$	И$_{1234}$	Л$_{1234}$	И$_{34}$Л$_{12}$
O	И$_{345}$	Л$_{345}$	И$_{34}$Л$_{5}$	И$_{5}$Л$_{34}$	И$_{345}$
	Л$_{12}$	И$_{12}$	И$_{12}$	Л$_{12}$	Л$_{12}$

Заполнение таблицы иллюстрируется на примере второй клетки второй строки (выделена серым цветом). Содержание этой клетки должно отвечать на вопрос: «Если предложение *A* ложно, то какова истинность сравнимого предложения *I*?» Таблица 45.2 показывает, что предложение *A* ложно для номеров диад 3, 4, 5, и что для номеров 3, 4 предложение *I* истинно, а для номера 5 оно ложно. Это записывается в клетке в виде И$_{34}$Л$_{5}$.

§ 47.
Схемы взаимозависимости истинности сравнимых предложений

Представим содержание таблицы 46 в виде схем. Для этого введем знаки: ~ (тильда) для *отрицания* истинности предложения и ◊ (диамант) для утверждения *возможной* истинности предложения. Для *утверждения* истинности предложения никакого знака не требуется. Таким образом, например, знак *A* читается «*A* истинно» или, сокращённо, «*A*». Выражение ~*A* читается «A ложно» или, сокращённо, «не A». Выражение $\Diamond A$ читается «возможно, что A истинно» или, сокращённо, «возможно A».

Предложение будем считать *возможно* истинным, если для некоторых номеров (диад) оно истинно, а для других номеров – ложно.

По существу, мы опять переходим здесь к различению способов мышления одного и того же предмета – к *модальностям* (см. §§ 9, 19, 78) – *аподиктической* («аподиктически истинно» и «аподиктически ложно») и *проблематической* («возможно истинно», или, что то же самое, «возможно ложно»), к действительным и возможным протологическим номерам, к логическим союзам *конъюнкции* и *дизъюнкции* (см. § 70). Проблема *конверсии* также ставит вопрос о *модальности*: мыслится ли диада посредством предложения S–P или P–S (см. § 44)?

Результат перевода содержания таблицы 46 в схемы представлен в следующей таблице.

Таблица 47

Схемы взаимозависимости истинности сравнимых предложений

	A	I	E	O
A	$\frac{A}{A}$	$\frac{A}{I}$	$\frac{A}{\sim E}$	$\frac{A}{\sim O}$
$\sim A$	$\frac{\sim A}{\sim A}$	$\frac{\sim A}{\Diamond I}$	$\frac{\sim A}{\Diamond E}$	$\frac{\sim A}{O}$
I	$\frac{I}{\Diamond A}$	$\frac{I}{I}$	$\frac{I}{\sim E}$	$\frac{I}{\Diamond O}$
$\sim I$	$\frac{\sim I}{\sim A}$	$\frac{\sim I}{\sim I}$	$\frac{\sim I}{E}$	$\frac{\sim I}{O}$
E	$\frac{E}{\sim A}$	$\frac{E}{\sim I}$	$\frac{E}{E}$	$\frac{E}{O}$
$\sim E$	$\frac{\sim E}{\Diamond A}$	$\frac{\sim E}{I}$	$\frac{\sim E}{\sim E}$	$\frac{\sim E}{\Diamond O}$
O	$\frac{O}{\sim A}$	$\frac{O}{\Diamond I}$	$\frac{O}{\Diamond E}$	$\frac{O}{O}$
$\sim O$	$\frac{\sim O}{A}$	$\frac{\sim O}{I}$	$\frac{\sim O}{\sim E}$	$\frac{\sim O}{\sim O}$

Процедура заполнения таблицы иллюстрируется на примере второй клетки второй строки (выделена серым цветом). Если предложение A ложно, то, как видно из таблицы 46, предложение I истинно (для номеров 3, 4) или ложно (для номера 5). Это записывается в виде схемы $\frac{\sim A}{\Diamond I}$, которая читается «Если *A* ложно, то возможно, что *I* истинно» (сокращенно «Если не *A*, то возможно *I*»).

§ 48.
Совместимость сравнимых предложений

Два сравнимых предложения называются **совместимыми по истине**, если существует хотя бы один номер (то есть диада – предмет соответствующего суждения), для которого они оба истинны. Два сравнимых предложения называются **совместимыми по лжи,** если существует хотя бы один номер, для которого они оба ложны.

Найдём совместимость всех возможных пар (их шесть) из четырёх сравнимых предложений непосредственно из таблицы 45.2 и представим результат в виде следующей таблицы.

Таблица 48

Совместимость сравнимых предложений

Предложения	Совместимы по истине?	Совместимы по лжи?
A I	$Да_{12}$	$Да_{5}$
A E	Нет	$Да_{34}$
A O	Нет	Нет
I E	Нет	Нет
I O	$Да_{34}$	Нет
E O	$Да_{5}$	$Да_{12}$

В этой таблице выделены клетки, соответствующие паре предложений *A* и *E*. Если это не общие, как предполагалось, а *единичные* предложения, то они **несовместимы по лжи**, так как отношение их субъекта и предиката не может быть ни пересечением (3), ни подчинением себе (4).

§ 49.
Противоположность сравнимых предложений

Отношение любых двух сравнимых предложений называется **противоположностью**. Содержание таблицы 48 позволяет определить четыре вида противоположности предложений в зависимости от их совместимости.

Сравнимые предложения, совместимые по истине и лжи, называются **субординированными** (подчинёнными).

Из таблицы 48 видно, что существуют две пары субординированных предложений – *A*, *I* и *E*, *O*. В каждой паре предложения отличаются только количеством.

При этом совокупность мыслимых предметов субъекта частного предложения (*I* или *O*) **подчиняется** совокупности мыслимых предметов субъекта сравнимого общего предложения (*A* или *E*). Этим объясняется название отношения, «субординация».

Сравнимые предложения, совместимые по истине и несовместимые по лжи, называются **субконтрарными** (подпротивными). Это частные предложения *I*, *O*. Они отличаются только качеством.

Приставка «суб» («под») в названии их отношения соотносит их как частные предложения с контрарными предложениями как общими.

Сравнимые предложения, несовместимые по истине, но совместимые по лжи, называются **контрарными** (противными). Это общие предложения *A*, *E*, отличающиеся только качеством.

Название «контрарность» отношения между предложениями объясняется их подобием контрарным понятиям (терминам) (см. § 24).

Для контрарных понятий *P* и *Q* имеет место то, что всякий предмет *S* универсального понятия *I* является 1) предметом непустого и не универсального понятия *P* либо 2) предметом контрарного (по отношению к *P*) понятия *Q* либо 3) не является предметом ни *P*, ни *Q*. И это могло бы служить определением контрарных понятий. Предложения, соответствующие двум первым альтернативам, не могут быть оба истинными (они альтернативны), но они могут быть оба ложными, так как есть ещё третья альтернатива, которая в таком случае истинна. Значит, эти предложения удовлетворяют определению контрарных предложений, хотя они и несравнимы.

Рассмотрим общее понятие *S*. В этом случае возможны тринадцать положений *S* относительно *P* и *Q* (в последней строке таблицы 8 («Триады») записано 13 номеров), которые сводятся к трём альтернативам: 1) *S* подчиняется или равен *P* (и тогда все *S* суть *P*); 2) *S* подчиняется или равен *Q* (и тогда ни один *S* не есть *P*); 3) некоторые *S* не суть *P* и не суть *Q*. Это означает, что одно и только одно из этих трёх предложений истинно. Если истинно первое, то второе ложно. Если истинно второе, то первое ложно. Наконец, первое и второе предложения могут быть оба ложны (тогда истинно третье). Следовательно, первое («Все *S* суть *P*», общеутвердительное, *A*) и второе («Ни один *S* не есть *P*», общеотрицательное, *E*) предложения несовместимы по истине, но совместимы по лжи, то есть удовлетворяют определению контрарных предложений.

Тем самым контрарные понятия связываются с контрарными предложениями.

Сравнимые предложения, несовместимые по истине и лжи, называются **контрадикторными** (противоречащими). Таковы пары предложений *A*, *O* и *I*, *E*, отличающихся количеством и качеством.

Контрадикторные предложения подобны контрадикторным понятиям (терминам).

Всякий предмет *S* универсального понятия *I* является предметом непустого и не универсального понятия *P* либо предметом контрадикторного понятия не-*P* (и это могло бы служить определением контрадикторных понятий). Иными словами, каждый *S* есть *P* либо есть не-*P*. Предложения «*S* есть *P*» и «*S* есть не-*P*» не могут быть оба истинными и не могут быть оба ложными, значит, они удовлетворяют определению контрадикторных предложений, хотя в данной форме они несравнимы. Но предложение «*S* есть не-*P*» эквивалентно предложению «*S* не есть *P*», сравнимому с предложением «*S* есть *P*».

Предложения «*S* есть *P*» и «*S* не есть *P*» являются единичными, так как в объёме их субъекта содержится ровно один предмет. Для того, чтобы продолжить аналогию контрадикторных понятий и контрадикторных суждений, рассмотрим общее (по математическому количеству) понятие *S*, то есть такое, в объёме которого содержится более чем один предмет. Для контрадикторных понятий *P* и не-*P* возможны лишь три альтернативы: 1) *S* починяется *P*, 2) *S* пересекает *P* (а также и не-*P*) и 3) *S* подчиняется не-*P*, то есть *S* несовместимо с *P*. В первом случае все *S* суть *P*, во втором – некоторые *S* не суть *P*, в третьем – ни один *S* не есть *P*. Из третьего в аристотелевской логике (в силу её соглашения «Если ни один *S* не есть *P*, то и некоторые *S* не суть *P*») следует, что некоторые *S* не суть *P*. Таким образом, остаётся альтернатива «Все *S* суть *P*» (общеутвердительное предложение, *A*) и «Некоторые *S* не суть *P*» (частноотрицательное предложение, *O*). Альтернатива (строгая дизъюнкция, см. § 70) означает, что эти предложения не могут быть оба истинными и не могут быть оба ложными, то есть они контрадикторны.

Тем самым контрадикторные понятия связываются с контрадикторными предложениями.

Для запоминания противоположностей используется следующая диаграмма, называемая **логическим квадратом** и изобретённая Боэцием (V – VI вв.), или ещё раньше, Апулеем (II в. н.э.)

У Аристотеля не было и не могло быть такой диаграммы (квадрата), так как он не рассматривал отношение подчинения. В отечественной литературе можно встретить мнение о том, что диаграмма изобретена византийским монахом Михаилом Псёллом (XI в.) Распространению заблуждения способствовало то, что авторство логического квадрата было приписано Михаилу Псёллу Н.И. Кондаковым (*Кондаков Н.И.* Логический словарь-справочник. 2-е изд., исправл. и доп. М.: Наука, 1976). В немецком переводе его Словаря эта ошибка была исправлена.

Следующая таблица повторяет таблицу 48, дополняя её именами противоположностей.

Таблица 49

Противоположность и совместимость сравнимых предложений

Имя противоположности	**Пары сравнимых предложений**	**Совместимы по истине?**	**Совместимы по лжи?**
Субординация	*A I* *E O*	Да	Да
Субконтрарность	*I O*	Да	Нет
Контрарность	*A E*	Нет	Да
Контрадикторность	*A O* *E I*	Нет	Нет

Для единичного предложения (субъект которого является единичным по математическому количеству термином) существует только одно сравнимое с ним предложение (противоположного качества). В § 48 показано, что сравнимые единичные предложения (*A*, *E*) несовместимы по истине и лжи, то есть контрадикторны. Тем самым доказана **теорема**:

Сравнимые единичные предложения контрадикторны.

§ 50. Законы непротиворечия и исключённого третьего в логике Аристотеля

Эти законы содержатся в таблице 49, а именно, в её 2-й, 3-й и 4-й строках, содержание которых можно выразить следующим образом:

(1) существуют субконтрарные (совместимые по истине и несовместимые по лжи) предложения (*I*, *O*);

(2) существуют контрарные (несовместимые по истине и совместимые по лжи) предложения (*A*, *E*);

Уточнение: контрарны только общие по математическому количеству предложения *A*, *E*, но не единичные предложения *A*, *E*.

(3) существуют контрадикторные (несовместимые по истине и несовместимые по лжи) предложения (*A*, *O* и *E*, *I*).

Уточнение: контрадикторны общие по математическому количеству предложения *A*, *O* и *E*, *I* и единичные предложения *A*, *E*.

Закон непротиворечия (**закон исключённого противоречия**; **закон противоречия**; *principium contradictionis*): *контрарные*, а также и *контрадикторные*, предложения несовместимы по истине (**не могут быть оба истинными**).

Пары предложений, о которых говорит закон непротиворечия, легко запомнить по тому, что они соответствуют верхней стороне и диагоналям логического квадрата.

Закон исключённого третьего: *субконтрарные*, а также и *контрадикторные*, предложения несовместимы по лжи (**не могут быть оба ложными**).

Из этих двух законов или непосредственно из таблицы 49 получается

закон контрадикторных предложений (по традиции тоже называемый **законом исключенного третьего**): контрадикторные предложения несовместимы по истине и лжи. Иными словами, **необходимо, что одно из контрадикторных предложений истинно, а другое ложно**.

Закон контрадикторных предложений получен объединением собственно закона исключённого третьего (формулируемого для субконтрарных и контрадикторных предложений) и закона непротиворечия (формулируемого для контрарных и контрадикторных предложений). Объединение достигается ограничением двух последних законов контрадикторными предложениями.

Таким образом, если первое из пары контрадикторных предложений истинно, то второе необходимо ложно, а если первое ложно, то второе необходимо истинно, и третьей альтернативы нет. Иными словами, невозможно, чтобы оба эти предложения были ложными, а истинным было некоторое третье сравнимое с ними предложение. Такая формулировка оправдывает название «закон исключённого третьего». Кратко он формулируется по-латински «*Tertium non datur*» («Третьего не дано»).

Этот закон можно записать, используя определение сильной дизъюнкции, данное в § 70. Сильная дизъюнкция контрадикторных предложений необходимо (то есть для любой из пяти форм диады, «всегда») истинна, что выражается формулами $SaP \perp SoP = 1$, $SeP \perp SiP \equiv 1$ (символом 1 обозначено логическое значение «истина», см. § 69).

Примеры. «Все люди рыжеволосы либо некоторые люди не рыжеволосы (третьего не дано)». «Ни один человек не рыжеволос либо некоторые люди рыжеволосы (третьего не дано)».

Указанные законы получены из таблицы 49, то есть при условии, когда соглашение (аксиома) аристотелевской логики (§ 42) принято. Поэтому сформулированные выше законы являются законами (причём основными) логики Аристотеля. В случае отказа от аксиомы Аристотеля можно получить аналог таблицы 49, отличающийся от неё, и рассмотреть соответствующие аналоги основных законов логики Аристотеля, действующие в логике Васильева.

§ 51.
Законы непротиворечия и исключённого четвёртого в логике Васильева

Как показывают аналоги полученных выше таблиц, построенные без использования аксиомы Аристотеля (изучающим логику рекомендуется получить их самостоятельно в порядке упражнения), *закон исключённого противоречия* в логике Васильева оказывается шире, чем в логике Аристотеля, и формулируется так:

Никакие два сравнимые предложения логики Васильева не могут быть вместе истинными.

Закона исключённого третьего в логике Васильева не существует, так как для любой пары сравнимых предложений существуют диады (номера), для которых они оба ложны.

Считая, что предложения *SiP* и *SoP* служат выражением одной и той же мысли (действительно, согласно таблице 35.1, они являются синонимами, выражающими одну и ту же диаду 3 либо 4), Н.А. Васильев отождествил их и заменил одним предложением вида *SmP*, которое он назвал *индифферентным* (по отношению к качеству предложения).

В результате этого традиционные (исходящие не из свойств совместимости, а из формы сравнимых предложений) определения отношений противоположности между парами предложений теряют смысл. Отношение субконтрарности исчезает, так что традиционный «квадрат противоположностей» с вершинами *SaP*, *SiP*, *SeP*, *SoP* заменяется «треугольником противоположностей» с вершинами *SaP*, *SmP*, *SeP*. Легко показать, исходя из свойств совместимости, что все отношения между парами предложений, соответствующие сторонам треугольника противоположностей, являются контрарностью: никакие два предложения из тройки *SaP*, *SmP*, *SeP* ни для одной из диад не могут быть оба истинными. Вместе с тем, для диады 5 ложны предложения *SaP* и *SmP*, для диад 1 и 2 ложны предложения *SeP* и *SmP*, а для диад 3 и 4 – предложения *SaP* и *SeP*.

Иными словами, сильная дизъюнкция (см. § 70) трёх этих предложений необходимо (для любого номера, то есть «всегда») истинна: $SaP \perp SmP \perp SeP \equiv 1$. И это можно назвать законом логики Васильева, являющимся аналогом закона исключённого третьего логики Аристотеля. Поскольку только что записанная дизъюнкция содержит не две, а три альтернативы, этот закон должен быть назван **законом исключённого четвёртого** (лат. *quartum non datur*).

Пример. «Все люди рыжеволосы либо некоторые люди не рыжеволосы либо ни один человек не рыжеволос (четвёртого не дано)».

Более непосредственным образом, как следует из § 6, получается аналог аристотелева закона исключённого третьего или закона исключённого четвёртого для оснований логики (протологики). Это не что иное, как аксиома диады, и выражается он (аналог) дизъюнкцией $S1P \perp S2P \perp S3P \perp S4P \perp S5P \equiv 1$, содержащей пять альтернатив. По этой причине аксиома диады может быть названа классическим протологическим *законом исключённого шестого*.

Правильно было бы считать именно этот закон (эту аксиому) прообразом классических законов исключённого третьего и исключённого четвертого, а последние – его подобиями (проекциями), обусловленными выбором соответствующей системы логического языка (логического, несовершенного, способа выражения мыслей).

§ 52.
Логическое противоречие и его виды

Нарушение закона непротиворечия называется **противоречием**. Противоречие заключается в том, что в одном и том же рассуждении (речи, тексте) встречаются и тем самым полагаются истинными (ведь сказать «*A*» значит сказать «*A* истинно») контрарные или контрадикторные предложения, тогда как оба они истинными не могут быть.

Одно или оба из двух *контрарных* предложений должны быть ложными. Одно и только одно из двух *контрадикторных* предложений должно быть ложно.

Примеры. Контрарные предложения:

«Все люди смертны» (*A*) (истина) и «Ни один человек не смертен» (*E*) (ложь);

«Все люди рыжеволосы» (*A*) (ложь) и «Ни один человек не рыжеволос» (*E*) (ложь).

Контрадикторные предложения:

«Все шахматисты играют в шахматы так же хорошо, как Карпов» (*A*) (ложь) и «Некоторые шахматисты не умеют играть в шахматы так же хорошо, как Карпов» (*O*) (истина).

Какое же из пары противоположных предложений ложно, есть ли в ней хотя бы одно истинное предложение? Снятие **неопределенности**, выражаемой этим вопросом, называется **разрешением (снятием)** противоречия.

Причиной противоречия может быть неточное выражение мыслей, при котором несравнимые суждения выражаются парой сравнимых предложений.

<u>Пример</u>. Контрадикторные предложения «Петров умеет играть в шахматы» (*А*) и «Петров не умеет играть в шахматы» (*Е*), возможно, должны были выражать иную, не противоречивую, мысль, может быть, одну из следующих:

а) «Петров-**отец** умеет играть в шахматы» и «Петров-**сын** не умеет играть в шахматы»;

б) «Петров **умеет** играть в шахматы» и «Петров не **умел** играть в шахматы»;

в) «Петров умеет играть в шахматы как любитель» и «Петров не умеет играть в шахматы как гроссмейстер».

Ни одна из этих трёх пар предложений не является противоречием, так как не является парой **сравнимых** предложений: они отличаются субъектами или предикатами.

Противоречия делятся на контактные и дистантные. **Контактным** называется противоречие между противоположными предложениями, которые в рассуждении следуют непосредственно одно за другим. Такое противоречие легко заметить.

Дистантным называется противоречие между противоположными предложениями, которые отделены друг от друга другими предложениями. Такое противоречие труднее заметить, чем контактное.

Противоречия делятся также на явные и неявные. **Явным** называется противоречие между сравнимыми предложениями (именно о таком противоречии мы до сих пор говорили). Его легче заметить, чем неявное противоречие.

Неявным называется противоречие между такими несравнимыми предложениями, что, признав истинность одного из них, например, второго, мы должны признать истинность третьего предложения, которого не было в исходном рассуждении, сравнимого с первым и противоположного (контрарного или контрадикторного) по отношению к нему. В таком случае мы получим явное противоречие.

<u>Пример</u>. В одном рассуждении встречаются два несравнимых предложения «Эта рукопись создана в XI веке» и «Эта рукопись написана на бумаге». Для тех, кто знает историю, из второго предложения следует, что эта рукопись не могла быть создана в XI веке, так как бумаги тогда ещё не было. Таким образом, можно выявить (проявить) неявное противоречие – утверждение истинности контрадикторных (согласно теореме в конце § 49) предложений «Эта рукопись создана в XI веке» и «Эта рукопись не созда-

на в XI веке». Для разрешения противоречия надо выяснить, какое из этих двух предложений является ложным, и исключить его. Однако для этого необходимо выйти за пределы логики и обратиться к иному знанию (в данном случае – к истории письменности).

§ 53.
Логический закон тождества

Закон тождества (*principium identitatis*) **для логических предметов** формулируется следующим образом.

Всякий предмет логики (логичной мысли) (1) должен мыслиться тождественным себе и (2) не должен мыслиться тождественным другому предмету. Иными словами, (1) **нельзя мыслить один предмет как два** (нетождественных) **предмета** и (2) **нельзя мыслить два предмета как один и тот же предмет**.

В законе тождества выражено, по существу, *парменидово* требование игнорировать движение, изменение предмета и, вообще, время и пространство.

Предметом, о котором говорит этот закон, может быть, в частности, понятие или суждение. Закон тождества иногда выражается равенством $A = A$ («*A* есть *A*») или неравенством $A \neq \overline{A}$ («*A* не есть не-*A*»).

Нарушение закона тождества, то есть мышление одного предмета как двух или двух как одного, является логической ошибкой. Она возможна, поскольку мы говорим или пишем о предметах, то есть выражаем предметы простыми именами или именами-описаниями.

Если бы каждый предмет имел не более одного имени (то есть если бы не было синонимии) и разные предметы имели не одно, но разные имена (то есть если бы не было омонимии), то закон тождества трудно было бы нарушить. Синонимия и омонимия (см. § 22) провоцируют нарушение закона тождества, если мы не знаем о них.

В случае синонимии мы можем принять разные имена одного предмета за имена разных предметов, то есть мыслить вместо одного предмета два и этим нарушать часть (1) закона тождества. Чтобы этого не случилось, мы должны **знать, что в этом случае имеет место синонимия**.

Пример 1. Имя «Стагирит» – синоним имени «Аристотель». Сообщение об Аристотеле мы можем ошибочно понять как рассказ о двух людях – Аристотеле и Стагирите. **Знание** того, что «Аристотель» и «Стагирит» – синонимы, позволяет избежать нарушения закона тождества и правильно понять мысль автора сообщения.

В случае омонимии мы можем принять имя двух предметов за имя одного предмета, то есть отождествить в мышлении два в действительности не тождественных предмета и нарушить часть (2) закона тождества. Чтобы этого не случилось, мы должны **знать об омонимии**.

Пример 2. «Материя вечна, а сукно есть материя. Следовательно, сукно вечно». Это рассуждение ошибочно. Причина ошибки – отождествление материи-*субстанции* (философской категории) с материей-*материалом* (сукном). Это отождествление провоцируется омонимами материи. **Определение** термина «материя» позволяет избежать ошибки, поскольку как раз и даёт знание омонимии (в других случаях – синонимии).

Поэтому закон тождества часто формулируется как **требование следовать одному и тому же определению** для каждого вхождения (появления) термина в данном рассуждении.

VI

ПРОСТОЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 54.
Простое умозаключение и силлогизм. Части умозаключения

В § 16 были определены простое категорическое умозаключение (как суждение о триаде) и дан пример непосредственного умозаключения посредством конверсии (как суждение о диаде). Выражались эти умозаключения силлогизмами – схемами и условными предложениями (предложениями с союзом «если…, то…»).

Назовём **умозаключением** всякое суждение, которое выражается **силлогизмом** (греч. *syllogismos* вычисление, сосчитывание).

Умозаключение (силлогизм) состоит из двух **материальных** частей, называемых **антецедентом** (лат. *antecedens* предшествующий, предыдущий) и **консеквентом** (лат. *consequens* последующий, следствие) и соединённых логическим союзом, называемым **импликацией** (лат. *implicite* тесно связываю), или **логической связкой** умозаключения (силлогизма). Эту связку можно считать третьей, но особой, **формальной** частью умозаключения.

В грамматическом условном предложении импликация может быть выражена грамматическим союзом «если..., то…», «следовательно» или др. В *схеме* она выражается горизонтальной чертой, в *логическом предложении* – символом → (стрелка).

Выражения $\frac{P}{Q}$ (схема) и $P \to Q$ читаются «Если P, то Q», «P, следовательно, Q» и т.п. Здесь P – имя антецедента, Q – имя консеквента.

Консеквент принято называть **заключением** умозаключения.

Антецедентом может быть одно или несколько суждений (предложений), соединённых логическим союзом, который называется **конъюнкцией** (лат. *conjunctio* союз, связь). Эти суждения называются **посылками** умозаключения.

Конъюнкция может быть выражена логическими символами $\wedge$, & или грамматическими союзами «и», «а», «но» или запятой. Суждение, образованное из двух и более суждений, соединённых союзом конъюнкции, также называется **конъюнкцией** (суждений).

Простым умозаключением называется умозаключение, посылками и заключением которого являются простые категорические суждения.

Посылки, заключение и логическая связка являются **частями** любого (не только простого) умозаключения. Посылки и заключение называются **материальными** частями умозаключения, а связка – **формальной** (или служебной) частью.

§ 55. Материя и форма умозаключения. Его значение

Материей умозаключения называется совокупность его материальных частей.

Материальные части простого умозаключения суть простые категорические суждения, материальными частями которых, в свою очередь, являются понятия (субъект и предикат). Поэтому принято определять материю простого умозаключения (силлогизма) как совокупность понятий (терминов), образующих его посылки и заключение.

Формой умозаключения называется совокупность отношений между его материальными частями (элементами материи). **Формой** простого умозаключения является совокупность отношений между составляющими его понятиями.

Почему умозаключение выделяется из всех суждений как особый вид мысли? Потому, что с его помощью можно убедиться в истинности или ложности суждения, истинность которого была сомнительной (вероятной).

> С помощью умозаключения можно также убедиться в ложности суждения, истинность которого казалась достоверной или вероятной, или убедиться в вероятной истинности суждения, которое казалось несомненно истинным или несомненно ложным. Сомнительная истина приобретает научный статус вероятной истины, то есть *третьей логической валентности*.

Когда у нас нет возможности *прямо* узнать, является ли данное суждение (достоверно) истинным или ложным, следует искать возможность узнать это *косвенно*, путём логического рассуждения. Такое рассуждение состояло бы в образовании целокупности (о целокупности в её отличии от совокупности см. § 4), или системы суждений, то есть в **связывании** данного суждения с другими суждениями, причём такими, о которых мы уже знаем, что они истинны. **Связь** всех этих суждений, то есть **форма** их целокупности, должна быть такой, чтобы её знание давало нам уверенность в истинности (или хотя бы вероятной истинности) данного суждения.

Установление такой связи между суждениями позволяет считать, что истинность данного суждения **дедуцируется** (выводится, вытекает, следует) из истинности других суждений связанной совокупности (совокупности, оформленной в целокупность). Поэтому такая связь выражается условным предложением, или схемой.

Сравните сказанное выше с данным в § 64 объяснением, почему в силлогизме появляются такие союзы, как «следовательно» и т.п.

Таким образом, чтобы убедиться в достоверной или вероятной истинности данного суждения, необходимо (но не достаточно) представить его в роли заключения умозаключения с истинными посылками.

Материальная истинность посылок умозаключения является лишь **материальным условием** истинности его заключения.

Форма умозаключения, гарантирующая истинность заключения в случае выполнения материального условия истинности, является **формальным условием** истинности заключения.

Материальное и формальное условия вместе являются достаточным условием истинности заключения.

§ 56.
Формальная истинность (правильность) умозаключения

Формально истинным, или **правильным**, называется умозаключение, форма которого гарантирует материальную истинность его заключения всякий раз, когда (то есть для всякой материи, при которой) его посылки материально истинны.

Иными словами, благодаря правильной форме умозаключения, его заключение истинно всегда, когда истинны его посылки.

Формально ложным называется умозаключение, форма которого гарантирует *материальную ложность* его заключения всякий раз, когда его посылки материально истинны.

Формально нейтральным называется умозаключение, не являющееся ни формально истинным, ни формально ложным. Это значит, что его форма такова, что для некоторой материи, для которой его посылки истинны, заключение является истинным, а для некоторой другой материи, для которой его посылки также истинны, заключение является ложным. Поэтому истинность посылок формально нейтрального умозаключения не является гарантией ни истинности, ни ложности заключения (но гарантирует его вероятную истинность).

Формально ложное и формально нейтральное умозаключения являются **неправильными** умозаключениями.

Следующие теоремы справедливы для логики Аристотеля.

Теорема 1. Если в формально ложном простом силлогизме заменить заключение (сравнимым) субконтрарным или контрадикторным предложением, то полученный силлогизм будет формально истинным, то есть правильным.

Доказательство непосредственно следует из определения формально ложного умозаключения, закона исключённого третьего и определения формально истинного умозаключения.

Теорема 2. Если в формально истинном простом силлогизме заменить заключение (сравнимым) контрарным или контрадикторным предложением, то полученный силлогизм будет формально ложным.

Доказательство непосредственно следует из определения формально истинного умозаключения, закона исключённого противоречия и определения формально ложного умозаключения.

§ 57. Значение неправильного умозаключения

Формально ложное (неправильное!) умозаключение обладает той же силой убеждения и логической (познавательной) ценностью, что и правильное (если только нам известно, что оно формально ложно): для правильного умозаключения с истинными посылками мы уверены, что заключение истинно; для формально ложного умозаключения с истинными посылками мы так же уверены, что заключение ложно. А знание ложности суждения есть знание истинности контрадикторного суждения. То и другое является достоверным и логически ценным (и равноценным) знанием.

Формально нейтральное (неправильное) умозаключение тоже обладает логической ценностью, но меньшей, чем формально истинное (и формально ложное) умозаключение. Из его определения следует, что его форма не гарантирует истинность заключения для **всякой** материи, для которой его посылки истинны, но гарантирует это только для **некоторой**, причём заранее не известной, материи. Это означает, что заключение формально нейтрального умозаключения с истинными посылками *вероятно истинно* (но и вероятно ложно).

Знание того, что суждение вероятно истинно, имеет логическую ценность, однако меньшую, чем знание о достоверной истинности или ложности суждения.

§ 58.
Дедуктивное и недедуктивное умозаключения

Дедуктивным (лат. *deductio* выведение) называется умозаключение, истинность или ложность заключения которого мы знаем **достоверно**, если знаем, что его посылки истинны.

Теорема. Формально истинное (правильное) и формально ложное умозаключения являются дедуктивными.

Недедуктивным умозаключением называется умозаключение, истинность или ложность заключения которого мы не знаем достоверно, но знаем, что оно **вероятно** истинно, если знаем, что его посылки истинны.

Теорема. Формально нейтральное умозаключение является **недедуктивным**.

Следующая таблица показывает связь между формальной истинностью, правильностью и дедуктивностью умозаключений.

Таблица 58

Соответствие формальной истинности, правильности и дедуктивности умозаключения

Формальная истинность умозаключения	Правильность умозаключения	Дедуктивность умозаключения
Формально истинное	Правильное	Дедуктивное
Формально ложное	Неправильное	Дедуктивное
Формально нейтральное	Неправильное	Недедуктивное

Традиционная логика относит к недедуктивным умозаключениям так называемые **индуктивное** (лат. *inductio* наведение), **аналогическое** (греч. *analogia* соответствие, сходство, подобие, пропорция), **гипотетическое** (греч. *hypothesis* основание, предположение) и другие умозаключения (в том числе сложные недедуктивные умозаключения, которые рассматриваются в главе «Сложное умозаключение»).

Следующие примеры показывают, что заключение недедуктивного умозаключения может оказаться ложным. Следовательно, они показывают ненадёжность недедуктивного умозаключения. Однако во многих других случаях недедуктивное умозаключение приводит к истинному заключению и потому полезно.

Пример 1. Индуктивное умозаключение:

(1) Математик Пифагор – мужчина.
(2) Математик Евклид – мужчина.
(3) Математик Лобачевский – мужчина.
———————————————
Все математики – мужчины.

Заключение этого умозаключения ложно, так как история математики знает выдающихся женщин-математиков, таких, как Софья Ковалевская (1850–1891) и Эмми Нётер (1882–1935).

Пример 2. Умозаключение по аналогии:

(1) Прошлая зима была холодной, а лето – жарким.
(2) Нынешняя зима – холодная.

Будущее лето будет жарким.

Пример 3. Гипотетическое умозаключение:

(1) Если бы Земля вращалась вокруг своей оси, то предметы, упавшие с башни, падали бы далеко от её основания.
(2) Но предметы, упавшие с башни, падают к её основанию (вертикально вниз).

Земля не вращается вокруг своей оси (неподвижна).

Гипотетическое умозаключение имеет правильную форму modus tollens (см. § 78). Поэтому, если его посылки полагаются истинными, то должна приниматься (достоверная) истинность его заключения. Индуктивное и аналогическое умозаключения приводят к вероятно истинным заключениям, если их посылки истинны, гипотетическое же умозаключение при этом условии приводит только к достоверно истинному заключению. Однако посылки гипотетического умозаключения заведомо вероятны и могут быть признаны ложными. Тогда и заключение будет признано ложным. Посылка (1) последнего умозаключения кажется истинной с точки зрения здравого смысла и логической физики Аристотеля, однако Галилей развенчал её как ложную с точки зрения новой (нововременной), математической, физики (механики).

§ 59.
Непосредственное умозаключение

Непосредственным называется простое умозаключение с одной посылкой.

Таковыми являются, в частности, пять умозаключений, выраженных схемами *конверсии* простого категорического предложения (таблица 44).

Назовём их непосредственными умозаключениями *посредством конверсии*. Посылка и заключение этих умозаключений суть синонимы – имена одной и той же диады (одного и того же отношения между терминами S и P). Поэтому они являются правильными.

Непосредственными являются также умозаключения, выраженные схемами *соглашения аристотелевской логики* $\frac{SaP}{SiP}$ и $\frac{SeP}{SoP}$, или, сокращённо, $\frac{A}{I}$ и $\frac{E}{O}$. (см. §§ 42, 45).

Назовём эти умозаключения непосредственными умозаключениями *посредством соглашения аристотелевской логики*. Они входят в число схем взаимозависимости истинности сравнимых предложений (таблица 47).

Все схемы взаимозависимости истинности сравнимых предложений (таблица 47) служат выражениями непосредственных умозаключений *посредством логического квадрата*.

Все упомянутые здесь непосредственные умозаключения являются правильными.

§ 60.
Простое категорическое умозаключение и его материя

Простое категорическое умозаключение есть простое умозаключение, прообразом которого является триада (см. § 8). Оно выражается силлогизмом, или схемой, подобной схеме триады (см. § 9). Близким к традиционному является следующее определение.

Простым категорическим умозаключением (силлогизмом) называется умозаключение, удовлетворяющее следующим условиям.

1) Оно состоит из двух посылок и заключения.
2) Все его три суждения (предложения) являются простыми категорическими суждениями (предложениями).
3) Все они образованы из трёх различных понятий (терминов).
4) Каждое из этих понятий (терминов) входит ровно в два суждения (предложения) умозаключения (силлогизма).

Термины силлогизма имеют традиционные названия: меньший, больший и средний. Их определения даны в § 61.

Материей простого категорического умозаключения (силлогизма) называется совокупность понятий (терминов), из которых оно образовано согласно его определению.

Точно говоря, материей называется соответствие «термин – материя термина», например:

Термин силлогизма	Меньший	Больший	Средний
Материя термина	*тигр*	*хищник*	*кошка*

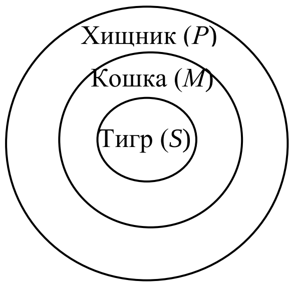
<u>Пример</u>. Зададимся материей {*тигр*, *хищник*, *кошка*}. Из этой совокупности терминов можно выбрать только три различных совокупности двух терминов: {*тигр*, *хищник*}, {*тигр*, *кошка*}, {*хищник*, *кошка*}. Из них можно образовать три простых категорических предложения, соединяя термины связкой, например: «Некоторые тигры – хищники»; «Все тигры – кошки»; «Некоторые хищники – кошки». Из них можно образовать силлогизм, например:

Некоторые хищники (P) – кошки (M).
Все тигры (S) – кошки (M).

Некоторые тигры (S) – хищники (P).

По определению, этот силлогизм является простым категорическим силлогизмом. Черта в нём символизирует союз «если…, то…» («следовательно»).

Предмет этого силлогизма выражается следующей диаграммой триады.



§ 61.
Части и форма простого категорического умозаключения

Материальные части простого категорического умозаключения (силлогизма) суть две его посылки, заключение и понятия (термины), из которых образованы его посылки и заключение.

Меньшим термином простого категорического силлогизма называется субъект его заключения. Он обозначается буквой S.

Пример. Материей меньшего термина силлогизма из § 60 является «тигр».

Бо́льшим термином силлогизма называется предикат его заключения. Он обозначается буквой *P*.

Пример. Материей большего термина силлогизма из § 60 является «хищник».

Меньший и больший термины силлогизма называются его **крайними терминами**.

Средним термином силлогизма называется термин, содержащийся в обеих посылках. Он обозначается буквой M (от греч. medius средний).

Пример. Материей среднего термина силлогизма из § 60 является «кошка».

Большей посылкой простого категорического силлогизма называется посылка, содержащая больший термин. Она должна записываться в первой строке.

Меньшей посылкой простого категорического силлогизма называется посылка, содержащая меньший термин. Она должна записываться во второй строке.

Полной формой простого категорического силлогизма называется совокупность отношений между его терминами.

В ней выделяются отношения «по горизонтали» – между терминами в каждом из трёх предложений силлогизма (формы этих предложений), и отношения «по вертикали» – между парами терминов этих трёх предложений.

Полная форма силлогизма выражается схемой, образованной из формул посылок и заключения, записанных столбцом.

Пример. Форма силлогизма из § 60 выражается схемой $\dfrac{\begin{matrix} PiM \\ SaM \end{matrix}}{SiP}$.

Зная полную форму и материю умозаключения, можно восстановить силлогизм.

Пример. Знание полной формы

$$\frac{\begin{array}{c}PiM\\ SaM\end{array}}{SiP}$$

и материи {*тигр* (меньший термин), *хищник* (больший термин), *кошка* (средний термин)} позволяет восстановить силлогизм из § 60. Мы это фактически и сделали в § 60.

Одна из соответствующих **неполных** форм может быть выражена схемой, которая оставляет неопределённой форму (количество и качество) каждой посылки и заключения.

Пример. Неполная форма силлогизма из § 60 может быть получена заменой определённых связок в формулах посылок и заключения неопределённой связкой (тире) и имеет вид

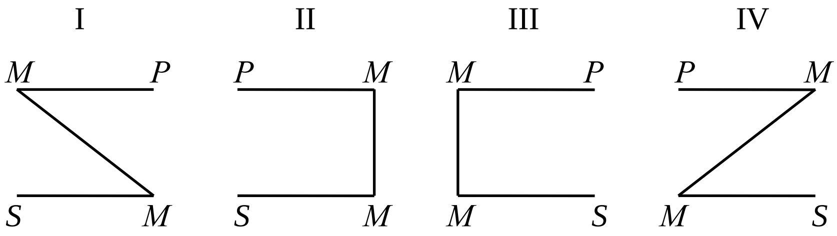
$$\frac{\begin{array}{c}P-M\\ S-M\end{array}}{S-P}.$$

§ 62.
Фигуры силлогизма

Фигурой простого категорического силлогизма называется его неполная форма, определяемая положением среднего термина в посылках. Средний термин может занимать в посылке положение субъекта или предиката.

Поэтому всего существует 2×2 = 4 фигуры. Их именами служат номера I, II, III, IV.

Для запоминания имён фигур используется диаграмма-тетраптих (греч. *tetraptychos* сложенный вчетверо). Запоминать её надо как одну, но четырёхчастную, картину. Горизонтальные отрезки диаграммы изображают посылки, вертикальный или наклонный отрезок соединяет места расположения среднего термина в посылках. Схемы силлогизма записаны под соответствующими частями диаграммы:



$$\frac{\begin{array}{c} M - P \\ S - M \end{array}}{S - P} \qquad \frac{\begin{array}{c} P - M \\ S - M \end{array}}{S - P} \qquad \frac{\begin{array}{c} M - P \\ M - S \end{array}}{S - P} \qquad \frac{\begin{array}{c} P - M \\ M - S \end{array}}{S - P}$$

Помня диаграмму, легко воспроизвести следующие определения фигур.

Первой фигурой силлогизма называется форма силлогизма, определяемая тем, что средний термин в нём является субъектом большей и предикатом меньшей посылок. Аналогично определяются II, III и IV фигуры.

Задание. Дайте определения II, III и IV фигур силлогизма.

<u>Пример</u>. В силлогизме из § 60 средний термин является предикатом большей и меньшей посылок, следовательно, силлогизм имеет фигуру II.

§ 63.
Модусы простого категорического силлогизма. Их перечисление

Модусом (лат. *modus* мера, образ, вид, способ) простого категорического силлогизма называется его неполная форма, определяемая формой (количеством и качеством) его посылок и заключения.

Кодом модуса называется выражающее модус трёхбуквенное слово в четырёхбуквенном алфавите $\{A, I, E, O\}$. Первая и вторая буквы кода определяются формами соответственно большей и меньшей посылок. Третья буква определяется формой заключения.

<u>Пример</u>. Модус силлогизма из § 60 имеет код *IAI*:

$$\frac{\begin{array}{c} P\,i\,M \\ S\,a\,M \end{array}}{S\,i\,P} \qquad I\,A\,I$$

Число модусов равно числу всех трёхбуквенных слов в четырёхбуквенном алфавите, то есть $4 \times 4 \times 4 = 64$.

Перечислить модусы значит пронумеровать их первыми 64-мя натуральными числами, а следовательно, записать их коды в последовательности, механически исключающей пропущенные или повторяющиеся по недосмотру модусы. В этом и состоит значение перечисления.

Для перечисления модусов удобно воспользоваться *лексикографическим упорядочением* их кодов (слов), то есть упорядочением, принятым в словарях. Чтобы узнать номер кода (его место в натуральном ряду чисел), применим к нему подстановку $\begin{pmatrix} A & I & E & O \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Её действие на слово, содержащее букву A, состоит в замене каждого вхождения буквы A в этом слове символом 0. Подобным образом, каждое вхождения буквы I заменяется символом 1, и т.д. В результате получим слово в алфавите $\{0, 1, 2, 3\}$, которое можно истолковать как трёхзначное число четверичной системы счисления. По известному простому арифметическому алгоритму это число может быть переведено в десятичное число.

Пример. Код (слово) IAI переводится указанной подстановкой в слово 101. Истолкуем его как число четверичной системы счисления, то есть как число 101_4. Переведём его в десятичную систему счисления:

$101_4 = 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 17_{10}$.

Для составления полного и упорядоченного списка модусов достаточно произвести эти действия в обратном порядке с первыми 64-мя натуральными числами. Переведём десятичные числа ряда 0, 1, 2, …, 63 в числа четверичной системы счисления и применим к последним обратную подстановку $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ A & I & E & O \end{pmatrix}$. Таким образом мы получим следующую таблицу.

Таблица 63

Соответствие четверичных номеров и кодов модусов десятичным номерам

Десятичный номер	Четверичный номер	Код модуса
0	000	*AAA*
1	001	*AAI*
2	002	*AAE*
3	003	*AAO*
4	010	*AIA*
5	011	*AII*
6	012	*AIE*
…	…	…
63	333	*OOO*

Полным модусом силлогизма называется его полная форма, определяемая модусом и фигурой. Соответствующий полный код образуется из кода модуса и номера фигуры, записываемого в скобках после трёхбуквенного кода.

Пример. Полным кодом модуса силлогизма из § 60 является код *IAI* (II).

Число полных модусов равно 64 × 4 = 256.

§ 64. **Правила поиска материи и формы данного простого категорического силлогизма

Простой категорический силлогизм даётся в виде текста, состоящего из трёх простых предложений, связанных грамматическими союзами или знаками препинания и соответствующих его посылкам и заключению.

Заключение силлогизма совсем не обязательно является последним предложением в данном тексте.

Алгоритм практического определения материи и формы данного силлогизма состоит из четырех последовательно выполняемых пунктов (шагов):

1. Найти заключение силлогизма. Это можно сделать интуитивно. Ведь назначение силлогизма – убедить адресата (того, кому он предназначен) в истинности некоторого предложения, которое в силлогизме должно играть роль заключения. Стало быть, заключение есть самое важное по смыслу предложение из трёх, которое могло быть высказано одно, без двух других, играющих роль посылок и высказываемых лишь для того, чтобы убедить адресата, если он сомневается в истинности первого (самого важного) предложения и задаёт вопрос «Почему Вы так полагаете?»

Вот почему в ответе на этот вопрос, то есть в силлогизме, появляются такие союзы, как «ибо», «так как», «потому что», «поэтому», «следовательно», «значит». Эти и им подобные союзы выражают логическую связку силлогизма (импликацию) и указывают на заключение. Это позволяет в дополнение к интуиции использовать следующие формальные (грамматические) признаки заключения.

Если в данном силлогизме имеется союз «поэтому», «следовательно», «значит», «из этого следует», «из чего следует» или т.п., то заключение силлогизма **следует за** этим союзом. Если же в данном силлогизме встречается союз «ибо», «так как», «потому что», «вследствие того, что» или т.п., то заключение **предшествует** этому союзу.

2. Найти материю и форму заключения, то есть его субъект (меньший термин силлогизма), форму (количество и качество) и предикат (больший термин силлогизма), согласно алгоритму § 40. Записать заключение в каноническом виде (согласно таблице 38) в третьей строке, под чертой (черта выражает логическую связку силлогизма).

В результате выполнения этого пункта станут известны крайние термины силлогизма.

3. Найти бо́льшую и меньшую посылки среди оставшихся двух предложений силлогизма, исходя из того, что, по определению, большая посылка содержит больший термин, а меньшая – меньший термин. Найти материю и форму этих посылок и записать их в каноническом виде над чертой, в первой и второй строках соответственно.

В результате выполнения этого пункта станет известен средний термин силлогизма. Таким образом, будет найдена материя силлогизма – совокупность крайних и среднего терминов. Термины и связки силлогизма следует пометить соответствующими буквами (S, P, M; a, i, e, o).

4. Записать полную форму силлогизма и найти его фигуру. Записать полный код силлогизма.

Контрольные вопросы и задачи к § 64

1. Назовите материальные части силлогизма. Дайте определения трёх терминов силлогизма и двух его посылок.
2. Назовите две неполные формы силлогизма. Дайте общее определение фигуры силлогизма. Определите четыре фигуры силлогизма.
3. Определите модус силлогизма и код модуса.
4. Дайте пример силлогизма для заданных материи и формы.
5. Кратко перескажите алгоритм поиска материи и формы данного силлогизма.

Задание. Найдите, если это возможно, материю и форму данного силлогизма.

Задачи.

1. Ни один скупой человек не счастлив, ибо он не доволен, тогда как всякий счастливый человек доволен.
2. Некоторые морские животные – млекопитающие, ведь все киты – морские животные, и все они – млекопитающие.
3. В каждом квадрате диагонали взаимно перпендикулярны, и, поскольку они перпендикулярны в каждом ромбе, все квадраты – ромбы.
4. Николай – умный человек, потому что он не сделал этого, как и любой умный человек.

5. Если он не хотел похитить эту вещь, то зачем же он её спрятал, как делает любой похититель?

Силлогизм здесь задан в виде риторического вопроса, т.е. вопроса, не требующего ответа. Какое утверждение скрывается за ним?

6. Шестой отдел РХСА тайно соперничал с гестапо. Шелленберг был начальником Шестого отдела. Значит, Шелленберг тайно соперничал с гестапо.

Последний пример навеян повестью Юлиана Семёнова «Семнадцать мгновений весны». Сохранив исходные термины этого рассуждения, нельзя представить его в виде простого категорического силлогизма. Подумайте, при каком уточнении и вместе с тем искажении терминов это станет возможным.

§ 65.
**Правила проверки модусов простого категорического силлогизма с помощью диаграмм

Проверить данный модус простого категорического силлогизма значит установить, является ли он правильным (то есть является ли правильным соответствующий силлогизм). Проверка модуса основывается на определении правильного силлогизма (§ 56).

Простой категорический силлогизм является образом схемы триады, который получается из прообраза путем перевода описаний диад, образующих схему, на языки логики. Поэтому все правильные модусы могут быть получены с помощью таблиц 8 («Триады»), 35.3 («Соответствие номеров диад формулам суждений») и 43.2 («Соответствие номеров диад инвертированным формулам суждений»). Этот табличный способ более удобен, когда проверяются все возможные модусы, так как большая часть работы была уже выполнена при заполнении таблицы 8.

Любой модус можно проверить также непосредственно, с помощью диаграмм. Этот способ менее быстр, но более нагляден (следовательно, и более понятен).

В примерах, приведённых ниже, мы будем пользоваться логикой Васильева, чтобы более ясно продемонстрировать идею проверки, не отягощая её лишними деталями. Дело в том, что в логике Аристотеля для проверки одного модуса пришлось бы рассматривать в среднем больше вариантов.

По определению, модус правилен, если для любой материи, для которой посылки соответствующего силлогизма истинны, заключение тоже истинно. Поэтому **первый шаг** проверки – полагание (допущение) посылок истинными.

Если посылки истинны, то они изображаются (в логике Васильева) диаграммами, приведенными в таблице 35.1 (с соответствующими заменами простых имён кругов). В изображении таких диаграмм заключается **второй шаг** проверки.

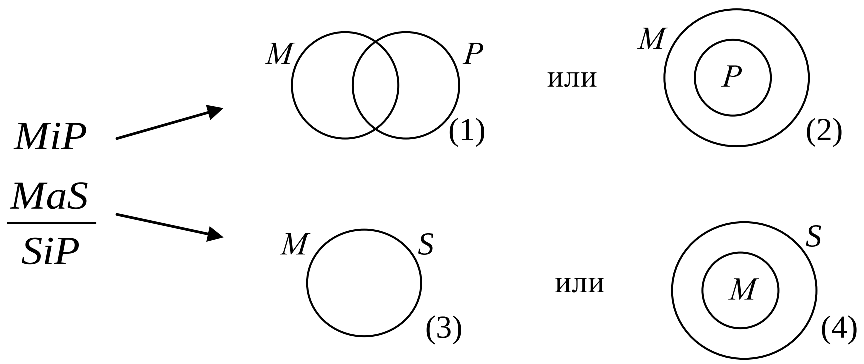
Третий шаг – объединение диаграмм обеих посылок в единую диаграмму триады по примеру действий при составлении таблицы 8. При этом надо рассмотреть все возможные варианты объединённой диаграммы.

Четвертый шаг заключается в проверке для каждого из вариантов объединённой диаграммы, является ли для неё истинной формула заключения данного модуса силлогизма. Если заключение ложно хотя бы для одного варианта (материи силлогизма), то модус силлогизма неправилен. В противном случае он правилен.

<u>Пример 1</u>. Проверим модус *IAI* (III). По этому коду механически восстанавливается формула силлогизма

$$\begin{array}{c} MiP \\ \underline{MaS} \\ SiP \end{array}.$$

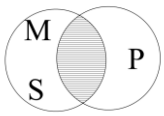
Если посылки силлогизма истинны (1-й шаг проверки), то, согласно таблице 35.1, они выражаются следующими диаграммами (2-й шаг проверки):



В логике Аристотеля, в силу $\dfrac{MaP}{MiP}$, к двум диаграммам для *MiP* следовало бы добавить ещё две диаграммы, *M*1*P* (*M* равно *P*) и *M*2*P* (*M* подчиняется *P*).

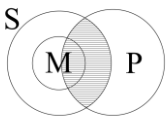
3-й шаг проверки – объединение диаграмм обеих посылок в единую диаграмму триады. Поскольку большая посылка выражается диаграммой (1) или (2), а меньшая – диаграммой (3) или (4), необходимо рассмотреть четыре варианта искомой диаграммы, объединяя диаграммы (1) и (3), (1) и (4), (2) и (3), (2) и (4). При объединении двух диаграмм можно получить от одного до пяти вариантов искомой диаграммы, как это было при составлении таблицы 8. Ниже изображены все возможные для данного примера варианты объединённой диаграммы. Для удобства дальнейшей проверки отметим штриховкой на каждой объединённой диаграмме те *S*, которые суть *P*.

Вариант объединения диаграмм (1) и (3)

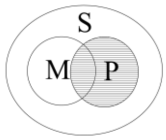


(*а*)

Варианты объединения диаграмм (1) и (4)

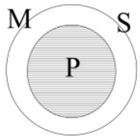


(*б*)



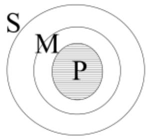
(*в*)

Вариант объединения диаграмм (2) и (3)



(*г*)

Вариант объединения диаграмм (2) и (4)



(*д*)

Всего получается пять вариантов, каждый из которых реализуется (определяется, выбирается) в зависимости от материи силлогизма, имеющего данный модус (полную форму) *IAI* (III).

4-й шаг заключается в проверке для каждого из вариантов, является ли истинным заключение *SiP* («Некоторые *S* суть *P*») силлогизма. Проверка показывает, что для всех вариантов (*а*), (*б*), (*в*), (*г*), (*д*), то есть для всякой материи, для которой посылки истинны, заключение тоже истинно. Следовательно, модус правильный.

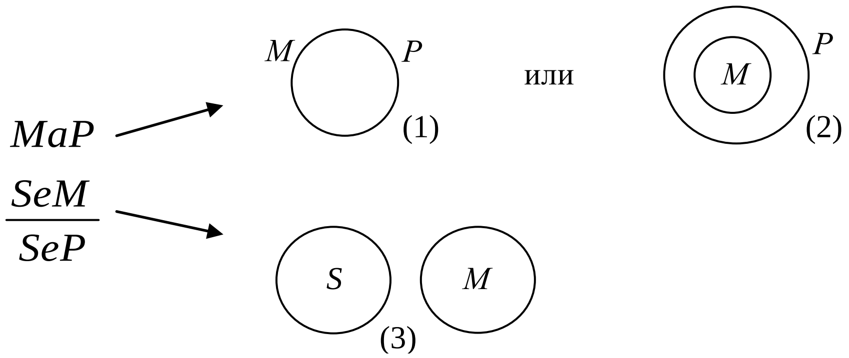
Замечание. Поскольку в проверке используется таблица 35.1, то соглашение логики Аристотеля не принимается, и все проверки этого (и следующего) примера справедливы только для логики Васильева.

Проверки для логики Аристотеля усложняются из-за появления дополнительных вариантов, поскольку, например, диаграммы *S*3*P* и *S*4*P* для формулы *SiP* в логике Аристотеля должны быть дополнены диаграммами *S*1*P* и *S*2*P*. Диаграммы *S*3*P* и *S*4*P* для формулы *SoP* должны быть дополнены диаграммой *S*5*P*.

<u>Пример 2</u>. Проверим модус *AEE* (I). Он имеет форму

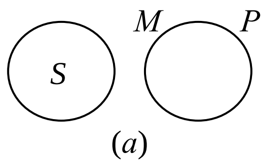
$$\frac{\begin{array}{c}MaP\\ SeM\end{array}}{SeP}.$$

Предположим, что посылки соответствующего силлогизма истинны (1-й шаг). Тогда соответствующие им диаграммы, согласно таблице 35.1, таковы (2-й шаг):

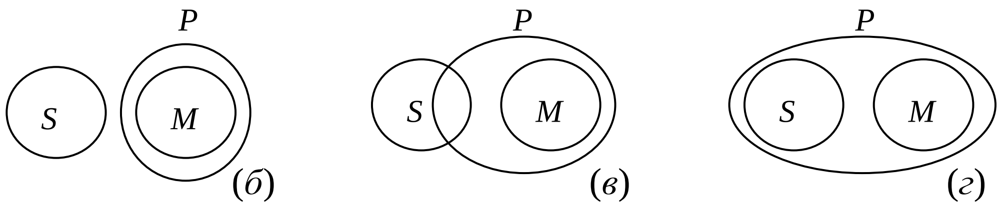


Объединим диаграммы обеих посылок в единую диаграмму триады (3-й шаг). При этом получатся следующие варианты.

Вариант объединения диаграмм (1) и (3)



Варианты объединения диаграмм (2) и (3)



Заключение – предложение *SeP* («Ни один *S* не есть *P*») – истинно для вариантов (*а*) и (*б*), но ложно для вариантов (*в*) и (*г*) (4-й шаг). Если материя силлогизма такова, что реализуется вариант (*в*) или (*г*), то посылки будут истинными, а заключение – ложным. Следовательно, для некоторой материи, для которой посылки истинны, заключение истинно, а для некоторой – ложно. Поэтому модус является формально нейтральным, то есть неправильным.

Например, рассмотрим для этого модуса материю {*рыба* (S, меньший термин), *млекопитающее* (P, больший термин), *кит* (M, средний термин)}, реализующую вариант (*б*). Соответствующий силлогизм таков:

Все киты – млекопитающие. (Истина).
Ни одна рыба – не кит. (Истина).

Ни одна рыба – не млекопитающее. (Истина).

Из истинных посылок следует истинное заключение, но это не означает, что данный модус правилен. Для материи {*слон* (S, меньший термин), *млекопитающее* (P, больший термин), *кит* (M, средний термин)}, реализующей вариант (*г*), получается силлогизм, посылки которого истинны, а заключение ложно:

Все киты – млекопитающие. (Истина).
Ни один слон – не кит. (Истина).

Ни один слон – не млекопитающее. (Ложь).

Контрольные вопросы и задачи к § 65

1. Что значит проверить модус силлогизма?
2. Какой силлогизм называется правильным?
3. Кратко перескажите алгоритм проверки данного модуса.

Задание. Проверьте с помощью диаграмм данный модус простого категорического силлогизма, оставаясь в пределах силлогистики Васильева (то есть не принимая соглашение аристотелевской логики).

В случае силлогистики Аристотеля задание существенно усложняется, так как появляется много дополнительных вариантов диаграмм, которые надо проверять. Следует помнить (как, например, при проверке модуса *AII* (IV) в задачах 3), что, отказавшись от соглашения аристотелевской логики, надо считать ложными предложение *SiP* для *S*, подчинённого или равного *P*, и предложение *SoP* для *S*, несовместимого с *P*.

Задача 1. Проверить модусы, получающиеся в результате решения задач практической части § 64.

Задача 2. Проверить модусы *EAE* (I), *IIA* (III), *OAO* (III), *AEA* (IV).

Задача 3. Проверить модусы *AII* (IV), *EAA* (II), *AAA* (I), *EAE* (III), *IAO* (III).

§ 66.
Правильные модусы в логиках Васильева и Аристотеля

В результате проверки 256-ти модусов находятся девять правильных модусов логики Васильева. Они представлены в следующей таблице.

Таблица 66.1

Правильные модусы логики Васильева

Фигура	I	II	III	IV
Модусы	*AAA* *EAE*	*AEE* *EAE*	*IAI* *IAO* *OAI* *OAO*	*AEE*

Приняв соглашение аристотелевской логики, то есть схемы $\frac{A}{I}$ и $\frac{E}{O}$ (см. §§ 42, 45), можно построить соответствующие аналоги таблиц 35.3 и 43.2. В результате применения этих таблиц или непосредственно с помощью диаграмм можно получить следующие 24 правильных модуса логики Аристотеля.

Таблица 66.2

Правильные модусы логики Аристотеля

Фигура	I	II	III	IV
Модусы	*AAA* *AAI* *AII* *EAE* *EAO* *EIO*	*AEE* *AEO* *AOO* *EAE* *EAO* *EIO*	*AAI* *AII* *IAI* *EAO* *EIO* *OAO*	*AAI* *AEE* *AEO* *IAI* *EAO* *EIO*

Девятнадцать из этих модусов получили индивидуальные имена (Barbara, Celarent, Darii, Ferio и др.), в которых каждая буква имеет значение. Средневековые студенты запоминали их с помощью латинских стихов. По пяти из них, *AAA* (I), *EAE* (I), *AEE* (II), *EAE* (II), *AEE* (IV), с помощью соглашений $\frac{A}{I}$ и $\frac{E}{O}$ получаются пять «слабых» модусов, соответственно, *AAI* (I), *EAO* (I), *AEO* (II), *EAO* (II), *AEO* (IV), выделенных в таблице серым шрифтом. Их заключения – частные суждения, тогда как из тех же посылок можно получить «более сильные» общие суждения.

Для сравнения правильных модусов двух логик исключим из соответствующих таблиц семь общих для них модусов *AAA* (I), *EAE* (I), *AEE* (II), *EAE* (II), *IAI* (III), *OAO* (III), *AEE* (IV), в результате чего получим следующие таблицы.

Таблица 66.3

Правильные модусы логики Васильева, неправильные в логике Аристотеля

Фигура	I	II	III	IV
Модусы			*IAO* *OAI*	

Таблица 66.4

Правильные модусы логики Аристотеля, неправильные в логике Васильева

Фигура	I	II	III	IV
Модусы	*AAI* *AII* *EAO* *EIO*	*AEO* *AOO* *EAO* *EIO*	*AAI* *AII* *EAO* *EIO*	*AAI* *AEO* *IAI* *EAO* *EIO*

Против силлогистики Васильева свидетельствует то, что она отвергает бóльшую часть модусов силлогистики Аристотеля (семнадцать из двадцати четырёх), не только формально правильных в последней, но и признанных интуицией и закрепившихся в логической традиции.

В силлогистике же Васильева есть только два правильных модуса, *IAO* (III) и *OAI* (III), неправильных в силлогистике Аристотеля. Как показывают следующие два примера, они правильны не только формально (в силлогистике Васильева), но и интуитивно, что свидетельствует против силлогистики Аристотеля.

Пример 1. Модус *IAO* (III) имеет форму $\dfrac{\begin{matrix} MiP \\ MaS \end{matrix}}{SoP}$. Примем за материю силлогизма совокупность $\{$*животное* (S), *кит* (P), *млекопитающее* $(M)\}$. Тогда получим силлогизм

Некоторые млекопитающие – киты (истина).
Все млекопитающие – животные (истина).

Некоторые животные – не киты (истина).

Несмотря на то, что этот силлогизм является интуитивно правильным (и его правильность формально доказывается в логике Васильева), он, с формальной точки зрения, является неправильным в логике Аристотеля. Действительно, есть материя, для которой посылки истинны (в логике Аристотеля), а заключение ложно. Это имеет место, например, для материи $\{млекопитающее\ (S), животное\ (P), кит\ (M)\}$:

Некоторые киты – животные (истина только в логике Аристотеля).
Все киты – млекопитающие (истина).

Некоторые млекопитающие – не животные (ложь).

Однако в логике Васильева большая посылка этого силлогизма ложна. Можно показать, что для любой материи, для которой посылки истинны в логике Аристотеля, а заключение ложно, средний термин (M) равен или подчиняется большему термину (P), следовательно, большая посылка материально ложна в логике Васильева, что интуитивно ясно, так что заключение может быть отвергнуто только на основании этого, то есть без того, чтобы отвергать интуитивно приемлемый модус силлогизма.

Это говорит о том, что силлогистика Васильева, принимая модус *IAO* (III), имеет в этом пункте преимущество над силлогистикой Аристотеля.

<u>Пример 2</u>. Модус *OAI* (III) имеет форму $\dfrac{\begin{matrix}MoP\\ MaS\end{matrix}}{SiP}$. Примем за материю силлогизма $\{животное\ (S),\ кит\ (P),\ млекопитающее\ (M)\}$. Тогда получим силлогизм

Некоторые млекопитающие – не киты (истина).
Все млекопитающие – животные (истина).

Некоторые животные – киты (истина).

Несмотря на то, что этот силлогизм является интуитивно правильным (и его правильность формально доказывается в логике Васильева), он, с формальной точки зрения, является неправильным в логике Аристотеля. Действительно, есть материя, для которой посылки истинны (в логике Аристотеля), а заключение ложно. Это имеет место, например, для материи $\{млекопитающее\ (S), растение\ (P), кит\ (M)\}$:

Некоторые киты – не растения (истина только в логике Аристотеля).
Все киты – млекопитающие (истина).

Некоторые млекопитающие – растения (ложь).

Однако в логике Васильева большая посылка этого силлогизма ложна. Можно показать, что для любой материи, для которой посылки истинны в логике Аристотеля, а заключение ложно, средний термин (*M*) несовместим с большим термином (*P*), следовательно, большая посылка материально ложна в логике Васильева, что интуитивно ясно, так что заключение может быть отвергнуто только на основании этого, то есть без того, чтобы отвергать интуитивно приемлемый модус силлогизма.

Это говорит о том, что силлогистика Васильева, принимая модус *OAI* (III), имеет в этом пункте преимущество над силлогистикой Аристотеля.

§ 67.
Энтимема. Её значение и условия корректности

Энтимемой называется сокращённый простой категорический силлогизм, то есть силлогизм, полученный из (полного) простого категорического силлогизма путем исключения (пропуска) одной из посылок или заключения.

Пропущенная часть силлогизма (посылка или заключение) подразумевается, «держится в уме» (греч. *en thymo* держу в уме. Слово «интимный» имеет тот же корень и означает буквально «то, о чем не следует говорить»), то есть присутствует в мысли-умозаключении, но не выражается в энтимеме.

ПРИМЕР. Из силлогизма

Все люди смертны.
Сократ – человек.
―――――――――――
Сократ смертен.

можно получить три энтимемы:

(1) «Все люди смертны, а Сократ – человек» (пропущено заключение).

(2) «Все люди смертны, поэтому и Сократ смертен» (пропущена меньшая посылка).

(3) «Сократ – человек, следовательно, он смертен» (пропущена бóльшая посылка).

Подобные сокращённые (не вполне выраженные) умозаключения часто встречаются в практических рассуждениях, призванных убедить адресата (того, кому они предназначены) в истинности суждения, являющегося заключением того полного силлогизма, из которого получена данная энтимема. Поэтому энтимема (следовательно, и теория простого категорического силлогизма) имеет практическое значение.

Софисты используют энтимему для обмана адресата, так как она позволяет скрыть ложную посылку или ложное заключение. Знание теории энтимемы (теории простого категорического силлогизма) позволяет предохранить себя от обмана. В этом также состоит её практическое значение.

Поэтому задача, стоящая в связи с энтимемой, заключается в том, чтобы установить, является ли данная энтимема правильным (логически убедительным) рассуждением, то есть можно ли принять заключение полного силлогизма, из которого получена данная энтимема, в качестве истинного суждения. Если энтимеме можно поверить в указанном смысле, то она корректна (правильна).

Определение правильного силлогизма (см. § 56) мотивирует следующее определение корректности энтимемы:

Энтимема называется **корректной,** если 1) её можно получить путём сокращения **правильного** простого категорического силлогизма и 2) обе посылки этого силлогизма **истинны**.

Первое условие корректности в этом определении является **формальным**, а второе – **материальным**. Энтимема некорректна, если не выполняется хотя бы одно условие корректности.

Формальное условие корректности можно сформулировать иначе, заменив слова о **сокращении** полного правильного силлогизма словами о **восстановлении** энтимемы до полного правильного силлогизма.

Любую, корректную или некорректную, энтимему можно восстановить до полного силлогизма, найдя исключённую (пропущенную) часть соответствующего полного силлогизма, из которого она может быть получена путем сокращения этой части. Это можно сделать многими способами, получив не менее **восьми** разных силлогизмов, из которых путём сокращения можно получить данную энтимему. Чтобы определить, корректна ли энтимема, надо выяснить, существует ли среди всех этих восстановленных силлогизмов хотя бы один правильный силлогизм с истинными посылками. Если он существует, то энтимема корректна. В противном случае она некорректна.

Как видно, это положение выражает *презумпцию корректности* энтимемы: возможность восстановления данной (грамматической) энтимемы до неправильного полного силлогизма не является свидетельством её некорректности, если при этом существует возможность восстановить её до правильного полного силлогизма с истинными посылками.

Во многих случаях можно привести грамматическое умозаключение к двум разным логическим формам, сохраняющим его смысл (содержание его посылок и заключения), одна из которых правильная, а другая неправильная. Например, рассуждение задачи 6 практической части § 64 легко признать мыслью, которая не является простым категорическим силлогизмом (на том основании, что она выражается 4-мя терминами вместо 3-х), но вместе с тем можно выразить в правильной форме простого категорического силлогизма *AAA* (I).

Такие случаи показывают необходимость принять определение: грамматическое (неформальное) умозаключение является правильным, если существует его правильная формализация. По существу, из этого определения исходит алгоритм проверки энтимемы (см. § 68).

§ 68.
**Правила восстановления и проверки энтимемы

Алгоритм проверки энтимемы состоит из четырёх пунктов (шагов), причём второй пункт альтернативен, так что выбор подпункта **2*а*** или **2*б*** зависит от результата выполнения первого пункта.

1. Определить, какая часть полного силлогизма, посылка или заключение, отсутствует в энтимеме. Грамматическим признаком заключения является союз «следовательно», «поэтому», «значит» или т.п. (тогда заключение следует за союзом) либо союз «ибо», «так как», «потому что» или т.п. (тогда заключение предшествует союзу).

2*а*. Если отсутствует посылка и энтимема состоит из (другой) посылки и заключения, то по заключению надо найти материю крайних терминов, а затем по имеющейся посылке – материю среднего термина.

Далее нужно определить форму (количество и качество) данных предложений энтимемы и записать две формы полного силлогизма, соответствующие двум возможным положениям среднего термина в отсутствующей в энтимеме посылке.

2*б*. Если отсутствует заключение и энтимема состоит из двух посылок, то следует найти материю среднего термина силлогизма, форму этих посылок и записать две формы полного силлогизма, соответствующие двум вариантам выбора материи крайних терминов.

3. Определив фигуры силлогизмов обоих вариантов, надо по таблице 66.2 правильных модусов (в логике Аристотеля) найти, если это возможно, форму (количество и качество) отсутствующей в энтимеме части силлогизма.

Если в таблице нет соответствующего модуса ни для одного из вариантов, записанных при выполнении предыдущего пункта (**2*а*** или **2*б***), то энтимема некорректна (первое условие корректности не выполняется).

4. Если искомый модус (модусы) есть в таблице, то надо восстановить отсутствующую часть силлогизма по её материи и найденной из таблицы форме и проверить, истинны ли посылки восстановленного силлогизма.

Если хотя бы одна посылка в каждом из найденных правильных силлогизмов ложна, то энтимема некорректна (второе условие корректности не выполняется). Если же обе они истинны хотя бы для одного правильного силлогизма, то энтимема корректна.

Это «хотя бы для одного» указывает на то, что определение корректности (а проверка только следует этому определению) исходит из *презумпции корректности* энтимемы (аналог презумпции невиновности, или истинности свидетельства). Среди всех возможных вариантов восстановленного силлогизма мы ищем правильный силлогизм с истинными посылками и считаем энитмему корректной, если найдём хотя бы один такой вариант.

<u>Пример 1</u>**.** Проверим энтимему «Картофель – овощ, так как он растет в земле».

Союз «так как» в ней указывает на заключение («Картофель – овощ»), поэтому в полном силлогизме пропущена одна из посылок. Посылка, присутствующая в энтимеме («Картофель – то, что растет в земле») является меньшей. Это позволяет записать энтимему следующим образом.

$$\frac{\begin{array}{c} \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \underbrace{\textit{Картофель}}_{S} - \underbrace{\textit{то, что растет в земле}}_{M}. \end{array}}{\underbrace{\textit{Картофель}}_{S} - \underbrace{\textit{овощ}}_{P}.}$$

Полный силлогизм имеет форму I-й или II-й фигур:

$$\begin{array}{cc} II & I \\ P - M & M - P \\ \dfrac{S\,a\,M}{S\,a\,P} & \dfrac{S\,a\,M}{S\,a\,P} \end{array}$$

Из таблицы 66.2 правильных модусов логики Аристотеля определяем форму большей (пропущенной) посылки. Для фигуры II правильного модуса с данными формами меньшей посылки и заключения не существует, но для фигуры I это форма *A*. Таким образом, формальное условие корректности для данной энтимемы выполняется. Форма и материя большей (пропущенной) посылки (*MaP*) теперь известны, и её можно восстановить. Это предложение «Всё то, что растет в земле – овощ», и оно ложно. Материальное условие корректности для данной энтимемы не выполняется, следовательно, она некорректна.

<u>Пример 2</u>**.** Проверим энтимему «Карась – рыба, а все рыбы дышат жабрами».

В ней нет союза, указывающего на заключение, следовательно, она состоит из двух посылок. Это позволяет узнать, что средний термин силлогизма – *рыба*. Если первое предложение энтимемы является большей посылкой, то большим термином является *карась*, а меньшим термином – *тот, кто дышит жабрами*. Если же большей посылкой является второе предложение энтимемы, то большим является термин *тот, кто дышит жабрами*, а меньшим – термин *карась*. Запишем это следующим образом.

$$\underbrace{\textit{Карась}}_{P(S)} - \underbrace{\textit{рыба}}_{M}\textit{, а все } \underbrace{\textit{рыбы}}_{M} \textit{ суть } \underbrace{\textit{те, кто дышит жабрами}}_{S(P)}$$

Полный силлогизм имеет форму I-й или IV-й фигур (скобки не позволяют забыть, что материя крайних терминов разная для разных фигур):

$$\begin{array}{cc} IV & I \\ P\,a\,M & M\,a(P) \\ \underline{M\,a\,S} & \underline{(S)a\,M} \\ S-P & (S)-(P) \end{array}$$

Из таблицы 66.2 правильных модусов логики Аристотеля определяем форму пропущенного заключения. Для фигуры I это форма *A* или *I*, для фигуры IV – форма *I*. Таким образом, формальное условие корректности для данной энтимемы выполняется. Выполняется и материальное условие корректности, поскольку обе образующие энтимему предложения (посылки) истинны. Следовательно, она корректна. Можно восстановить пропущенное заключение, например, для фигуры IV (*SiP*): «Некоторые из тех, кто дышит жабрами, суть караси».

Контрольные вопросы и задачи к § 68

1. Что такое энтимема? Дайте её пример.
2. Что значит проверить энтимему?
3. Какая энтимема называется корректной?
4. Кратко перескажите алгоритм проверки энтимемы.

Задание. Проверьте данную энтимему.

Задачи.

1. Некоторые книги вредны, ведь всё бесполезное является вредным.
2. Все англичане пьют чай с молоком, но ведь ни один француз – не англичанин.
3. Эта задача неразрешима, поэтому её не решил ни один математик.
4. Курение заслуживает наказания, потому что оно порок.
5. Ни один политик не является честным, потому что все честные люди всегда говорят правду.
6. Отелло ревнив, но простодушен.

7. Все жирафы травоядные, потому что они самые длинношеие.

8. Прошлое лето было необычно холодным – ведь средняя дневная температура была около 14°.

9. Всякий считающий меня человеком прав, но всякий считающий меня преступником считает меня человеком.

10. Клобук не делает монаха.

VII

СЛОЖНОЕ СУЖДЕНИЕ

§ 69. **Сложное суждение. Его материя и форма. Таблица истинности

Сложное суждение (и предложение) образуется из одного или более чем одного простого категорического суждения с помощью логических операций (союзов) «и», «или», «если… то…» или др. Подобным образом сложные грамматические предложения образуются из простых с помощью грамматических союзов.

Простые суждения (такие, как *SaP*, *SiP*, …) будем теперь считать атомарными, то есть простыми, неделимыми предложениями (логическими, или пропозициональными атомами, от лат. *propositio* предложение) и выражать простыми именами *p*, *q*, *r*, …

Будем рассматривать только осмысленные (понятные) категорические предложения, то есть такие, каждое из которых является (материально) **истинным** (выражающим идеальный предмет) либо (материально) **ложным** (пустым именем).

(Материальные) истина и ложь называются **логическими (истинностными) значениями** суждения (предложения).

Таким образом, существует всего два логических значения – **истина** и **ложь**. Положим имя «1» синонимом «истина», а имя «0» – синонимом «ложь».

Материей сложного суждения называется совокупность (комбинация, сочетание) логических значений простых суждений (пропозициональных атомов), из которых оно образовано.

Точно говоря, материя – это совокупность соответствий между пропозициональными атомами и их логическими значениями.

Формой (логической формулой) сложного суждения называется выражение, образованное из имён составляющих его простых суждений и имён логических союзов, которое (выражение) выражает способ его образования из простых суждений.

Возникает вопрос, каково логическое значение сложного суждения, если известны логические значения простых суждений, из которых оно образовано? Ответ можно получить, исходя из определения логических операций.

Определим шесть логических операций (союзов): негацию, конъюнкцию, дизъюнкцию двух видов (слабую и сильную), эквиваленцию, импликацию. Результат логической операции называют тем же именем, что и саму операцию.

Определить логическую операцию с предложениями (определить её смысл, или семантику) значит указать логические значения результата этой операции (сложного предложения, образованного с помощью этой операции) в зависимости от всех возможных логических значений исходных простых предложений.

Такая зависимость выражается **таблицей истинности** (истинностной, или семантической, таблицей). Строки и столбцы этой таблицы состоят из элементов – имён «0» и «1», выражающих логические значения. Каждому сочетанию возможных логических значений исходных простых предложений соответствует одна и только одна строка семантической таблицы. Если n – число простых предложений, то таблица должна иметь 2^n строк.

§ 70.
**Негация, конъюнкция и дизъюнкция суждений. Разделительное суждение

Негация (лат. *negātio* отрицание), или отрицание, – операция над одним предложением. Она выражается символом $\neg$ или ~, который записывается перед именем отрицаемого предложения, или чертой $\overline{}$, которая записывается над отрицаемым предложением. Если дано предложение p, то его отрицание обозначается $\neg p$, $\sim p$ или $\overline{p}$, что читается «не-p», «не верно, что p».

Негация определяется с помощью следующей истинностной таблицы.

p	$\neg p$
0	1
1	0

Ту же таблицу принято записывать в более компактном виде следующим образом:

$$\begin{array}{cc} \neg & p \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$$

Это табличное определение эквивалентно следующему словесному определению:

Негацией, или **отрицанием**, предложения p называется предложение $\neg p$ («не-p»), истинное тогда и только тогда, когда предложение p ложно.

Конъюнкция (лат. *conjūnctio* связь; сопряжённость, близость; родство, дружба; согласие), или логический союз «и», – операция более чем с одним предложением. Она выражается символом $\wedge$, & или $\cdot$. Конъюнкция предложений p и q обозначается выражением $p\wedge q$, которое читается «p и q». При этом p и q называются членами конъюнкции.

Смысл (семантика) этой операции тот же, что и у грамматического союза «и». Определение конъюнкции согласно с интуицией этого грамматического союза (как, например, в предложении «Иван – высокий и темноволосый человек») и даётся следующей таблицей.

p	q	$p\wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Та же таблица в более компактном виде выглядит следующим образом:

p	$\wedge$	q
0	0	0
0	0	1
1	0	0
1	1	1

Соответствующее словесное определение таково:

Конъюнкцией предложений p и q называется предложение $p\wedge q$ («p и q»), истинное тогда и только тогда, когда истинны все её члены.

Отсюда следует, что конъюнкция ложна тогда и только тогда, когда ложен хотя бы один её член. Это может служить другим (эквивалентным) определением конъюнкции.

Различают слабую и сильную дизъюнкцию (лат. *disjūnctio* разобщение, обособление; различие, расхождение).

Слабая (неразделительная, неисключающая) дизъюнкция, или логический союз «или» – операция над более чем одним предложением. Её символом служит знак $\vee$. Если даны предложения p и q, то их слабая дизъюнкция обозначается выражением $p \vee q$, которое читается «p или q». Предложения p и q при этом называются членами (слабой) дизъюнкции.

Определение слабой дизъюнкции согласно с интуицией грамматического союза «или» (как, например, в предложении «Иван выпил чай или кофе») и даётся следующей таблицей.

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Та же таблица в более компактном виде выглядит следующим образом:

p	$\vee$	q
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	1	1

Соответствующее словесное определение таково:

Слабой дизъюнкцией предложений p и q называется предложение $p \vee q$ («p или q»), истинное тогда и только тогда, когда истинен хотя бы один её член.

Отсюда следует, что слабая дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда ложны все её члены. Это может служить другим (эквивалентным) определением слабой дизъюнкции.

Сильная (разделительная, исключающая) дизъюнкция, или логический союз «либо» также является операцией над более чем одним предложением. Её символом служит знак $\perp$, $\veebar$, $\dot{\vee}$ или др. Если даны предложения p и q, то их сильная дизъюнкция обозначается выражением $p \perp q$, которое читается «p либо q». Предложения p и q при этом называются членами сильной дизъюнкции, а также **альтернативами**.

Определение сильной дизъюнкции согласно с интуицией грамматического союза «либо» (как, например, в предложении «Иван выпил либо чай, либо кофе») и даётся следующей таблицей.

p	q	$p \perp q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Та же таблица в более компактном виде выглядит следующим образом:

p	$\perp$	q
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

Соответствующее словесное определение таково:

Сильной дизъюнкцией предложений p и q называется предложение $p \perp q$ («p либо q»), истинное тогда и только тогда, когда истинен один и только один её член.

Отсюда следует, что сильная дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда либо все её члены ложны, либо более чем один её член истинен. Это может служить эквивалентным определением сильной дизъюнкции.

Разделительным суждением (предложением) называется суждение (предложение), имеющее форму слабой или сильной дизъюнкции $P \vee Q$, $P \perp Q$, где P и Q – простые или сложные предложения.

Разделительное предложение может быть дизъюнкцией более чем двух членов. Его можно записать в формах (для примера возьмём слабую дизъюнкцию и три члена) $P \vee (Q \vee R)$, $P \vee Q \vee R$ или $\vee(P, Q, R)$.

§ 71.
**Эквиваленция и импликация суждений. Условное суждение

(Материальная) эквиваленция (лат. *aequivalentio* равносильность, равнозначность, равноценность; равенство по величине), или логический союз «если и только если», – операция только над двумя предложениями. Её символом служит знак $\leftrightarrow$, $=$, $\equiv$ или др. Если даны предложения p и q, то их эквиваленция обозначается выражением $p\leftrightarrow q$, которое читается «p если и только если q»; «если и только если p, то q»; «p тогда и только тогда, когда q»; «p эквивалентно q».

Следующая таблица служит определением эквиваленции.

p	q	$p\leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Та же таблица в более компактном виде:

p	$\leftrightarrow$	q
0	1	0
0	0	1
1	0	0
1	1	1

Соответствующее словесное определение:

Эквиваленцией предложений p и q называется предложение $p\leftrightarrow q$ («p эквивалентно q»), истинное тогда и только тогда, когда p и q имеют одно и то же логическое значение (оба истинны или оба ложны).

Отсюда следует, что эквиваленция ложна тогда и только тогда, когда p и q имеют противоположные логические значения.

(Материальная) импликация (лат. *implicātio* сплетение, включение, переплетение, введение), или логический союз «если…, то…», – операция только с двумя предложениями. Символом импликации служит знак $\rightarrow$ или $\leftarrow$. Импликация предложений p и q записывается в виде $p\rightarrow q$ («если p, то q»; «q, если p»; «из p следует q»; «p, следовательно, q»; «когда p, тогда q»; «q тогда, когда p») или $p\leftarrow q$ («если q, то p»; «q, следовательно, p» и др.) Выражение (формула) $p\leftarrow q$ имеет тот же смысл, что и выражение $q\rightarrow p$, а выражение $p\rightarrow q$ имеет тот же смысл, что и выражение $q\leftarrow p$.

Член p импликации $p\rightarrow q$ (член, из которого исходит символ импликации – стрелка, в какую бы сторону она ни была направлена; он же член, следующий непосредственно за словом «если» в предложении с союзом «если…, то…»), называется **антецедентом** (см. § 54), или **основанием**, импликации.

Член q импликации $p \to q$ (член, к которому приходит символ импликации – стрелка, в какую бы сторону они ни была направлена; он же член, следующий непосредственно за словом «то» в предложении с союзом «если…, то…»), называется **консеквентом** (см. § 54), или **следствием**, импликации.

Определение импликации лишь частично соответствует интуиции. В интуиции антецедент и консеквент должны быть связаны по смыслу этих предложений (например, «Если есть дым, то есть и огонь»), однако логика отвлекается от всякого смысла предложений, кроме их логического значения, поэтому антецедент и консеквент в логике могут быть произвольными предложениями, в том числе не связанными по смыслу. Например, истинна ли импликация «Если 2×2=5, то Волга впадает в Каспийское море»? С точки зрения логики – истинна, что следует из следующего табличного определения импликации.

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Та же таблица в более компактном виде:

p	$\to$	q
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

В таблице только вторая строка логических значений (p ложно, q истинно, а их импликация истинна) не соответствует интуиции. Чтобы запомнить это определение, надо запомнить одно: истинно то, что **из лжи следует всё что угодно** (истина и ложь).

Соответствующее таблице словесное определение таково:

Импликацией предложений p и q называется предложение $p \to q$ («если p, то q»), ложное тогда и только тогда, когда антецедент (p) истинен, а консеквент (q) ложен.

Из таблицы также следует, что импликация истинна тогда и только тогда, когда антецедент ложен или консеквент истинен. Это может служить другим определением импликации.

Условным (импликативным) суждением (предложением) называется суждение (предложение), имеющее форму импликации $P \to Q$.

§ 72.
**Построение сложного предложения из простых. Дерево предложения

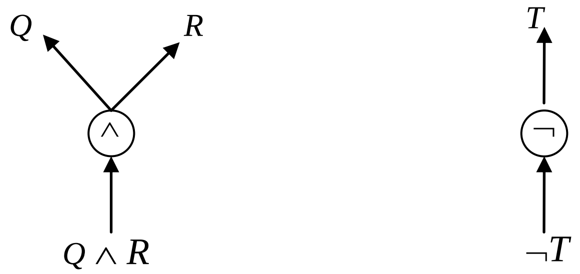
С помощью логических операций (союзов) $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\perp$, $\leftrightarrow$, $\to$ из простых предложений p, q, r, … и сложных предложений P, Q, R, … можно построить бесконечно много сложных предложений (формул). Последовательность (процесс) построения предложения и вместе с тем строение (структура) его как результата построения изображается диаграммой, называемой *деревом предложения (формулы)*.

Дерево предложения есть математическое дерево, вершины которого соответствуют логическим (пропозициональным) атомам предложения, узлы (точки ветвления) – логическим союзам предложения, корень – самому предложению, и которое показывает последовательность (процесс) построения предложения из исходных атомов и операций.

Последняя логическая операция (союз), выполняемая при построении предложения, называется **главной операцией** (союзом) предложения (формулы).

Если дано предложение и требуется найти его дерево, то можно начать с корня дерева и продвигаться к его вершинам. Тогда первым шагом должно быть удаление главной операции. Её легко найти по виду предложения. Это позволяет построить часть дерева, начиная с его корня. Если главной операцией является конъюнкция, дизъюнкция, эквиваленция или импликация, то в результате её удаления исходное предложение разделяется на две части, а дерево имеет вид рогатины (см. диаграмму ниже). Если главной операцией является негация, то в результате её удаления исходное предложение не разделяется, но упрощается, а дерево имеет вид одного ствола.

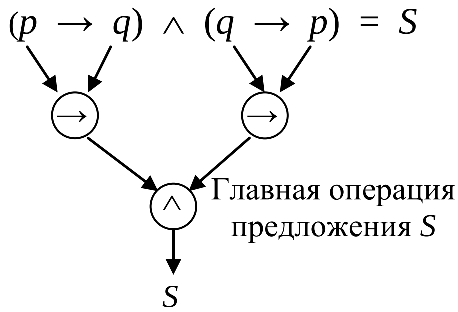
Рассмотрим, к примеру, предложения вида $P = Q \wedge R$ и $S = \neg T$. Знак равенства здесь имеет тот смысл, что буква, записанная слева от него, является именем предложения, записанного в правой части равенства (разумеется, левую и правую части равенства можно менять местами). Начальные части деревьев для данных предложений таковы:



Стрелками на диаграмме показано направление процесса построения дерева. Для завершения процесса следует повторять первый шаг в отношении вершин полученного на предыдущем шаге дерева и надстраивать его, пока в результате не получатся пропозициональные атомы (простые, то есть неделимые, предложения).

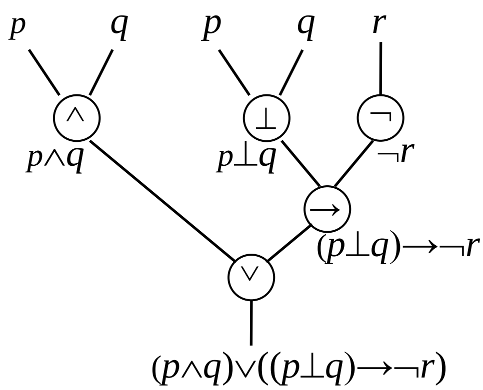
Другой, обратный, путь построения дерева – путь от его вершин к корню.

Пример 1. Рассмотрим предложение $S = (p \to q) \wedge (q \to p)$. Легко найти следующее дерево (структуру) этого предложения, показывающую, как предложение было сконструировано из частей. Стрелки показывают направление процесса его «сборки», но обычно они не используются, так как направление процесса заведомо известно.



Дерево предложения позволяет однозначно восстановить соответствующее предложение.

Пример 2. В следующем дереве заданы соответствия вершин атомам p, q, r и узлов логическим операциям (союзам) $\wedge$, $\perp$, $\neg$, $\to$, $\vee$. По данному дереву можно, шаг за шагом, восстановить предложение $(p \wedge q) \vee ((p \perp q) \to \neg r)$, как это показано на следующей диаграмме. Около каждого узла записан результат соединения входящих в узел предложений соответствующим союзом.

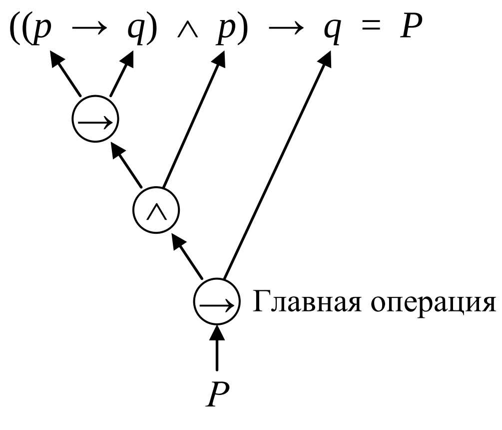


§ 73.
**Построение таблицы истинности сложного предложения

Нас будет интересовать логическое значение предложения (формулы) в зависимости от его материи, то есть от логических значений составляющих его простых предложений (логических атомов). Эта зависимость выражается семантической таблицей, которая строится с помощью таблиц, определяющих логические операции.

Каждое возможное сочетание (комбинация) логических значений логических атомов (в следующих примерах – p и q) представлена одной строкой таблицы. Всего возможно 4 разных комбинации (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), поэтому и таблица содержит ровно 4 строки. Таблица для сложного предложения, образованного их n простых (атомарных) предложений, содержала бы 2^n строк.

<u>Пример 1</u>. Рассмотрим следующее сложное предложение (формулу) P, составленное из простых предложений p и q, и его дерево. Стрелки дерева показывают процесс «разборки» целого предложения P на части вплоть до атомов (неделимых частей) p и q.



Таблицу истинности для этого (и любого другого) предложения можно записывать строка за строкой, но удобнее – столбец за столбцом. Она такова:

	$((p$	$\to$	$q)$	$\wedge$	$p)$	$\to$	q
1.	0	1	0	0	0	1	0
2.	0	1	1	0	0	1	1
3.	1	0	0	0	1	1	0
4.	1	1	1	1	1	1	1
	I	III	II	IV	I	V	II

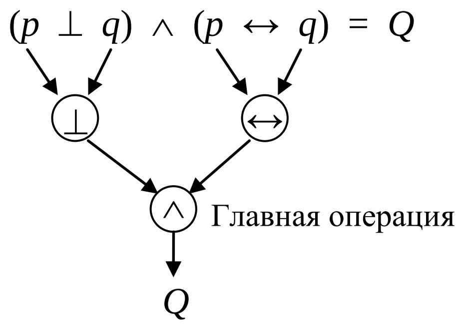
Римскими цифрами внизу таблицы показана последовательность записи столбцов. Исходные логические значения – значения предложений p и q – записываются, соответственно, в столбцах I и II. Промежуточные результаты (логические значения) записываются в столбцах III и IV, искомые логические значения – в столбце V.

В любой подобной таблице надо знать смысл каждого элемента (0, 1). Например, смысл выделенного в данной таблице элемента 0, находящегося в строке 3 и столбце 4, выражается предложением «Предложение $(p \to q) \wedge p$ (соответствующее столбцу 4) ложно, если p истинно, а q ложно (соответствуют строке 3)».

Если исключить из таблицы промежуточные результаты, она приобретает следующий (сокращённый) вид.

p	q	P
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Пример 2. Рассмотрим следующее предложение (формулу) Q и его дерево. Стрелки дерева показывают процесс «сборки» целого предложения Q из частей, начиная с атомов p и q.

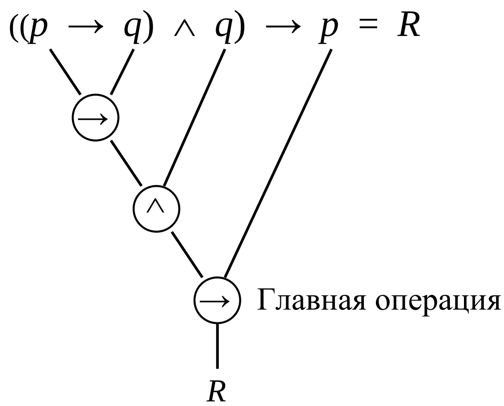


Полная и сокращённая таблицы истинности для этого предложения имеют следующий вид.

(p	$\perp$	q)	$\wedge$	(p	$\leftrightarrow$	q)
0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1
I	III	II	V	I	IV	II

p	q	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

<u>Пример 3</u>. Рассмотрим следующее предложение (формулу) R и его дерево.



Это предложение имеет следующую сокращённую таблицу истинности.

p	q	R
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

§ 74.
**Виды формальной истинности сложного предложения

Предложение P из примера 1 § 73 оказалось материально истинным при любых логических значениях p и q. Предложения с таким свойством называются *формально истинными* (тождественно истинными, всегда истинными, тавтологиями), или *логическими законами*. Они истинны лишь в силу своей формы.

Формально истинным предложением называется предложение, материально истинное при любой материи, то есть при любом сочетании логических значений его атомов.

Отсюда следует, что предложение **не является формально истинным**, если существует материя (хотя бы одно сочетание логических значений его атомов), при которой оно материально ложно.

Предложение Q из примера 2 § 73 материально ложно при всех логических значениях пропозициональных атомов p и q. Такие предложения называются *формально ложными* (тождественно ложными, всегда ложными), или *логическими противоречиями*.

Формально ложным предложением называется предложение, материально ложное при любой материи, то есть при всех сочетаниях логических значений его атомов.

Отсюда следует, что предложение **не является формально ложным**, если существует материя (хотя бы одно сочетание логических значений его атомов), при которой оно материально истинно.

Предложение R из примера 3 § 73 не является ни формально истинным, ни формально ложным. Такие предложения называются *формально нейтральными*.

Формально нейтральным предложением называется предложение, которое не является ни формально истинным, ни формально ложным.

Иными словами, предложение называется **формально нейтральным**, если существует хотя бы одно сочетание логических значений его атомов, при котором оно материально истинно, и хотя бы одно сочетание, при котором оно материально ложно.

Контрольные вопросы и задачи к §§ 69–74

1. Дайте определения негации, конъюнкции, слабой и сильной дизъюнкции, эквиваленции и импликации предложений.
2. Опишите построение таблицы истинности данного сложного предложения. Каково значение каждого элемента («0» или «1») этой таблицы?
3. Дайте определения формально истинного, формально ложного и формально нейтрального предложений.

§ 75.
Равносильные предложения

Таблица истинности для предложения $S = (p \to q) \wedge (q \to p)$, рассмотренного в примере 1 § 72, такова.

p	q	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Сравнение этой таблицы с таблицей, определяющей эквиваленцию (§ 71), показывает, что они тождественны. Соответствующие предложения, в нашем примере это $(p \to q) \wedge (q \to p)$ и $p \leftrightarrow q$, называются *равносильными*, или эквивалентными. В отношении равносильности могут находиться лишь предложения, состоящие из одних и тех же логических атомов.

Сложные предложения называются **сравнимыми**, если они состоят из одних и тех же атомов.

Сравнимые предложения называются **равносильными**, если при одних и тех же сочетаниях логических значений их атомов логические значения этих предложений совпадают.

Символами отношения равносильности служат знаки $\equiv$, $\leftrightarrow$ или др. Например, равносильность данных выше предложений выражается формулой (предложением)

$$(p \to q) \wedge (q \to p) \equiv p \leftrightarrow q.$$

Как видно из этого примера, одна из двух равносильных формул может быть сложнее, а другая проще. Отношение равносильности позволяет *заменить* сложное предложение более простым, но равносильным (эквивалентным).

Примеры. $\neg p \vee q \equiv \mathrm{p} \to \mathrm{q}$; $\neg\neg p \equiv p$.

VIII

СЛОЖНОЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 76.
**Сложное умозаключение. Его материя и форма. Проверка его правильности

В § 54 было дано определение простого умозаключения. Если $P, Q, R, \ldots$ – имена простых категорических предложений, то его *форма* выражается условным предложением $(P \wedge Q \wedge \ldots) \rightarrow R$ (импликацией) или одной из следующих схем.

$$\begin{array}{c} P \\ Q \\ \underline{\ \ldots\ } \\ R \end{array} \qquad\qquad \frac{P, Q, \ldots}{R}$$

Сложное умозаключение имеет ту же общую форму, что и простое, но отличается от него тем, что хотя бы одно из суждений (предложений) $P, Q, R, \ldots$ является сложным, то есть образованным из простых суждений (предложений) $p, q, r, \ldots$ с помощью операций $\neg, \wedge, \vee, \perp, \leftrightarrow, \rightarrow$. Это может служить определением сложного умозаключения.

В § 55 *материя* любого умозаключения была определена как совокупность простых предложений, то есть, в данном случае, как $\{p, q, r, \ldots\}$. Поскольку сложное умозаключение является сложным (условным, или импликативным) суждением, определение его материи тождественно определению материи сложного суждения, данному в § 69:

Материей сложного умозаключения (силлогизма) называется совокупность (сочетание, комбинация) логических значений простых суждений (пропозициональных атомов) $p, q, r, \ldots$, из которых оно образовано.

Такие сочетания записываются в строках истинностной таблицы сложного предложения.

Определение формальной истинности (правильности) умозаключения было дано в § 56, и оно сохраняет свою силу для сложного умозаключения.

Проверить сложное умозаключение (силлогизм) – значит установить, является ли оно правильным, следовательно, проверить, является ли соответствующее предложение (форма умозаключения) $(P \wedge Q \wedge \ldots) \rightarrow R$ *формально истинным*. Это делается с помощью таблицы истинности, то есть табличным методом, как показано в § 73.

Контрольные вопросы и задачи к § 76

Что понимается под проверкой силлогизма?

Задание. Проверьте данный сложный силлогизм табличным методом.
Задачи.

1) $\dfrac{\neg p \perp q \quad p \perp (p \to q)}{q}$. 2) $\dfrac{p \wedge \neg q \quad p \perp \neg q}{p \wedge \neg q}$. 3) $\dfrac{p \vee \neg q \quad q \perp \neg p}{p \vee \neg q}$. 4) $\dfrac{p \quad \neg p \perp q}{p \to q}$.

5) $\dfrac{p \quad \neg q}{p \to q}$. 6) $\dfrac{p \vee (q \to p) \quad \neg q}{p \perp \neg q}$. 7) $\dfrac{p \wedge \neg q \quad \neg p \to q}{\neg p \perp q}$. 8) $\dfrac{\neg p \vee q \quad \neg p \to \neg q}{q}$.

9) $\dfrac{p \wedge \neg q \quad \neg p \vee q}{q}$. 10) $\dfrac{\neg p \perp (q \to \neg p) \quad q}{p \wedge \neg q}$. 11) $\dfrac{p \perp (q \wedge \neg p) \quad \neg q}{p \vee q}$. 12) $\dfrac{\neg p \to q \quad \neg q \to p}{p \wedge q}$.

§ 77.
Условный силлогизм

Условным силлогизмом называется силлогизм, все посылки и заключение которого являются условными (импликативными) предложениями. В **правильном** условном силлогизме консеквент каждой посылки, кроме последней, тождествен антецеденту следующей посылки, консеквент последней посылки тождествен консеквенту заключения, антецедент заключения тождествен антецеденту первой посылки.

Иными словами, посылки условного силлогизма представляют собой цепочку импликаций, заключение же сокращает и заменяет эту цепочку одной импликацией. Форма этого силлогизма такова:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ q \to r \\ \dots \\ \underline{s \to t} \\ p \to t \end{array}$$

Пример.

Если увеличится число кошек, то уменьшится число полевых мышей (*так как кошки охотятся на мышей*).

Если уменьшится число полевых мышей, то увеличится число ос (*так как мыши разоряют осиные гнёзда*).

Если увеличится число ос, но увеличится урожай клевера (*так как осы опыляют клевер*).

Если увеличится урожай клевера, то увеличатся надои молока (*так как коровы едят клевер*).

Если увеличится число кошек, то увеличатся надои молока.

§ 78.
Условно-категорический силлогизм

Условно-категорическим силлогизмом называется силлогизм с двумя посылками, первой из которых является условное предложение, второй – простое категорическое предложение, утверждающее или отрицающее антецедент или консеквент первой посылки. Заключением же является простое категорическое предложение, утверждающее или отрицающее консеквент или антецедент первой посылки.

Возможны следующие четыре схемы (модуса) условно-категорического силлогизма.

(1)	(2)	(3)	(4)
$\dfrac{\begin{array}{c}p \to q \\ p\end{array}}{q}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p \to q \\ \neg q\end{array}}{\neg p}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p \to q \\ q\end{array}}{p}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p \to q \\ \neg p\end{array}}{\neg q}$

Модус (1) силлогизма называется **утверждающим** модусом, или *modus ponens* (лат. *ponere* ставить), поскольку вторая посылка является утвердительным предложением. Это – правильный модус, так как предложение $((p \to q) \wedge p) \to q$ является формально истинным (это было проверено в примере 1 § 73).

Пример 1.

Если прошёл дождь, то на улицах образовались лужи.
Прошёл дождь.

На улицах образовались лужи.

Модус (2) силлогизма называется **отрицающим** модусом, или *modus tollens*, (лат. *modus tollendo tollens* путь исключения исключений), поскольку вторая посылка является отрицательным предложением. Это – тоже правильный модус, так как предложение $((p \to q) \wedge \neg q) \to \neg p$ является формально истинным.

Пример 2.

Если прошёл дождь, то на улицах образовались лужи.
На улицах не образовались лужи.

Дождь не прошёл.

Модус (3) не имеет названия, так как является *неправильным*. Соответствующая ему импликация $((p \to q) \wedge q) \to p$ формально нейтральна, что было проверено в примере 3 § 73.

Пример 3.

Если прошёл дождь, то на улицах образовались лужи.
На улицах образовались лужи.

Прошёл дождь.

Обе посылки этого силлогизма, построенного по модусу (3), истинны, заключение же может быть истинным или ложным, поскольку лужи могут образоваться и без дождя, из-за поливки улиц.

Неправильный модус (3) можно преобразовать в правильный, мысля заключение силлогизма в проблематической модальности, то есть не как категорическое суждение (вроде «Прошёл дождь»), а как *проблематическое* суждение («Возможно, прошёл дождь», «Вероятно, прошёл дождь» или т.п.) Проблематическая модальность заключения выражается знаком $\Diamond$ (диамант), который читается «Возможно», «Вероятно». Соответствующий правильный модус (форма) силлогизма таков:

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ q \end{array}}{\Diamond p}$$

Модус (4) также не имеет названия и также является *неправильным*, так как соответствующая ему импликация $((p \to q) \wedge \neg p) \to \neg q$ формально нейтральна. Как и в предыдущем случае, из него можно получить следующий правильный модус, изменив модальность заключения.

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ \neg p \end{array}}{\Diamond\neg q}$$

<u>Пример 4</u>.

Если прошёл дождь, то на улицах образовались лужи.
Дождь не прошёл.

Возможно, на улицах не образовались лужи.

§ 79.
Разделительно-категорический силлогизм

В § 70 уже было дано определение разделительного предложения. Это предложение, имеющее форму слабой или сильной дизъюнкции.

Члены истинной дизъюнкции называются **альтернативами**.

Правильным **разделительно-категорическим** силлогизмом называется силлогизм, первой посылкой которого является разделительное предложение, второй – утверждение или отрицание альтернатив первой посылки, а заключением – отрицание или утверждение других альтернатив первой посылки. Число альтернатив может быть равно двум или быть больше двух.

Существует два правильных модуса такого силлогизма. В случае двух альтернатив они таковы:

$$\begin{array}{cc} (1) & (2) \\ \dfrac{\begin{array}{c} p \perp q \\ p \end{array}}{\neg q} & \dfrac{\begin{array}{c} p \perp q \\ \neg p \end{array}}{q} \end{array}$$

Модус (1) называется **утверждающе-отрицающим** модусом, или *modus ponendo tollens* (лат. утверждая, отрицает). Если в этом модусе заменить сильную дизъюнкцию слабой, он будет *неправильным*.

<u>Пример 1</u>.

Монета, которую я вижу (издали), однорублёвая, двухрублёвая либо пятирублёвая.
Эта монета (оказалась вблизи) двухрублёвой.

Эта монета – не однорублёвая и не пятирублёвая.

Пример 2.

Самоуверенный человек, которого я вижу, богат или наделён властью.
Он (как мне сказали) богат.

Он не наделён властью.

Понятно, что заключение этого силлогизма лишь вероятно истинно: самоуверенный человек может быть наделён властью. Поэтому соответствующий правильный модус таков:

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \end{array}}{\Diamond\neg q}$$

Модус (2) называется **отрицающе-утверждающим** модусом, или *modus tollendo ponens* (лат. отрицая, утверждает). Если в этом модусе заменить сильную дизъюнкцию слабой, он останется правильным. Его схема такова:

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \end{array}}{q}$$

Пример 3.

Самоуверенный человек, которого я вижу, богат или наделён властью.
Он (как мне сказали) не наделён властью.

Он богат.

§ 80.
Условно-разделительный силлогизм

Условно-разделительный силлогизм состоит из условных и разделительных предложений. Если разделительное предложение в посылке содержит две альтернативы, то силлогизм называется **дилеммой**, а если три – то **трилеммой**. Если число альтернатив больше трёх, силлогизм называется **полилеммой**.

Существует четыре правильных модуса дилеммы, остающихся правильными, если сильную дизъюнкцию в них заменить слабой. Это сложная и простая **утверждающие (конструктивные) дилеммы**, а также сложная и простая **отрицающие (деструктивные) дилеммы**.

Модусы сложной (1) и простой (2) утверждающей дилеммы таковы:

$$\begin{array}{c}(1)\\ p \to q\\ r \to s\\ p \perp r\\ \hline q \perp s\end{array} \qquad \begin{array}{c}(2)\\ p \to q\\ r \to q\\ p \perp r\\ \hline q\end{array}$$

Модусы сложной (3) и простой (4) отрицающей дилеммы таковы:

$$\begin{array}{c}(3)\\ p \to q\\ r \to s\\ \neg q \perp \neg s\\ \hline \neg p \perp \neg r\end{array} \qquad \begin{array}{c}(4)\\ p \to q\\ p \to s\\ \neg q \perp \neg s\\ \hline \neg p\end{array}$$

Пример. Сложная отрицающая дилемма:

Если Иван умён, то он увидит свою ошибку.
А если он искренен, то признается в ней.
Но он или не видит своей ошибки, или не признаётся в ней.

Иван не умён или не искренен.

§ 81.
Прямое доказательство

Доказательством называется рассуждение, убеждающее в истинности доказываемого предложения и при этом использующее только рациональные (логические) средства, то есть рассуждение, убеждающее путём воздействия не на чувства человека, а на его ум, и при этом не вводящее ум в заблуждение (см. § 1).

В зависимости от логических средств, используемых для доказательств, они делятся на *прямые* и *косвенные* (*непрямые*). Помимо прочего, эти виды доказательства отличаются своей надёжностью, то есть способностью убеждать, или вероятностью того, что доказанное предложение истинно. Как будет ясно из дальнейшего, косвенное доказательство менее надёжно, чем прямое, и потому рекомендуется использовать его лишь в тех случаях, когда прямое доказательство не найдено.

Главным средством **прямого** доказательства является правильный силлогизм, например, простой категорический силлогизм *AAA* (I) (см. § 66), сложный силлогизм *modus ponens* (см. § 78) и др.

При прямом доказательстве в истинности сомнительного предложения убеждаются посредством положений, *истинность* которых несомненна.

Чтобы уяснить идею такого доказательства, вспомним, что логическим законом, или формально истинным предложением, называется предложение, материально истинное при любой материи, то есть при любом сочетании логических значений его атомов (§ 74). Для прямого доказательства необходимы логические законы, имеющие форму импликации (условного предложения). Антецедент такого предложения представляет собой конъюнкцию предложений, называемых посылками, консеквент же называется заключением (§ 54). Такую форму имеет и простой категорический силлогизм, состоящий из двух простых посылок и (простого) заключения. Модус (форма) силлогизма называется правильным, если для любой такой материи, для которой антецедент (то есть все посылки силлогизма) истинный, консеквент (заключение) тоже истинный.

Из определений импликации, правильного модуса силлогизма и логического закона следует, что всякий правильный модус является логическим законом. Именно определение правильного модуса выражает **идею прямого доказательства**: если удастся представить предложение, истинность которого вначале сомнительна, в виде консеквента истинной импликации с истинным антецедентом (или, иными словами, в виде заключения правильного силлогизма с истинными посылками), то можно быть уверенным в истинности этого предложения. Последнее оказывается, таким образом, доказанным.

Правильность силлогизма является при этом формальным критерием доказательства, а истинность посылок – его материальным критерием. Надёжность прямого доказательства может быть сомнительной, если только могут возникнуть сомнения в истинности его посылок.

В математике доказанное предложение называется **теоремой**.

Пример. Теорема Пифагора доказывается прямым методом, исходя из других, более простых, теорем евклидовой геометрии.

§ 82.
Косвенное разделительное доказательство

Главными средствами **косвенного** доказательства являются правильный разделительно-категорический силлогизм (*modus tollendo ponens*, см. § 79) и, в других случаях, рассуждение «от противного». Косвенное доказательство отличается от прямого тем, что в истинности сомнительного предложения убеждаются посредством положений, *ложность* которых несомненна.

Доказательство, в котором используется силлогизм *modus tollendo ponens*, называется **косвенным разделительным** доказательством.

Пример 1. Примером косвенного доказательства, проведённого посредством силлогизма *modus tollendo ponens*, может служить пример 3 из § 79.

Косвенное разделительное доказательство не столь надёжно, как прямое. Проблемой для него является истинность дизъюнкции, служащей посылкой соответствующего силлогизма. Рассматривая неопределённые ситуации, имеющие место в разных областях деятельности (в науке, быту и др.), мы не можем быть вполне уверены в том, что учли все альтернативы. Упустив одну из возможных альтернатив, мы можем столкнуться с тем, что все рассмотренные альтернативы ложны (тогда как истинна упущенная альтернатива). В таком случае, посылка и заключение разделительного силлогизма будут ложными.

Пример 2. Представим пустую комнату, в которой стоят два сейфа. На наших глазах кто-то входит в комнату с бриллиантом и выходит уже без него, в чём мы можем удостовериться, осматривая вышедшего. Мы идём в ту же комнату, тщательно обыскиваем её и не находим эту вещь. Открываем один из сейфов и убеждаемся, что бриллианта нет и в нём. Из этого мы делаем заключение, что эта вещь находится в другом сейфе. Таков пример *косвенного* разделительного доказательства или, вообще говоря, косвенного разделительного умозаключения.

Оно не достоверно, так как искомой вещи, возможно, нет и во втором сейфе. Бриллиант мог быть проглочен, спрятан в тайник, который нам не удалось обнаружить, или сожжён с помощью зажигательной линзы. В таком случае окажется, что посылка «Бриллиант находится в первом либо втором сейфах» использованного силлогизма ложна, совокупность двух альтернатив неполна без третьей альтернативы «Бриллиант не находится ни в первом, ни во втором сейфах». *Прямой* метод убеждения заключался бы в том, чтобы открыть второй сейф и увидеть бриллиант собственными глазами. Он был бы наиболее надёжным.

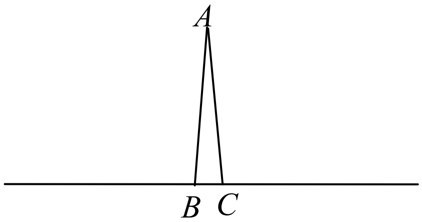
§ 83.
Косвенное апагогическое доказательство

Другой вид косвенного доказательства называется **косвенным апагогическим** (греч. *apagōgē* сведéние, дедукция) доказательством, а также доказательством путём сведения к абсурду, нелепости или противоречию и, наконец, доказательством «от противного» (лат. *ex adverso*). Опишем его, обозначив доказываемое предложение (тезис) буквой A.

Если предложение A не удалось доказать прямо, то предположим, что оно ложно и что, следовательно, истинно его контрадикторное отрицание

$\neg A$ (антитезис). Далее с помощью силлогизмов, используемых в прямых доказательствах, попытаемся вывести из антитезиса чем-либо неприемлемое (абсурдное, нелепое) для нас следствие или же предложение, противоречащее уже принятым нами истинам (аксиомам или теоремам). Всякое такое предложение мы считаем ложью. Обозначим его буквой F (лат. *falsus* ложный, неверный). Успех этих попыток означает, что мы получили истинную импликацию $\neg A \to F$ с ложным консеквентом, из чего, используя определение импликации (§ 71), заключаем, что антецедент $\neg A$ (антитезис) тоже ложен. Тогда, в соответствии с законом исключённого третьего (§ 50), мы должны признать, что тезис A истинный, а это и требовалось доказать.

Пример 1. Докажем, что из точки A, находящейся вне прямой, на эту прямую можно опустить только один перпендикуляр. Допустим противное: существуют два различных перпендикуляра AB и AC, как это показано на чертеже. Они образуют стороны треугольника ABC, два угла которого (при основании) – прямые, а третий (угол при вершине A) – острый. Тогда сумма внутренних углов этого треугольника больше двух прямых углов, что противоречит теореме о сумме внутренних углов всякого треугольника. Следовательно, предположение о возможности более чем одного перпендикуляра ложно и, следовательно, возможен лишь один перпендикуляр.



Косвенное разделительное доказательство можно свести к косвенному апагогическому доказательству.

Пример 2. Обнаружив отсутствие бриллианта в первом сейфе (см. пример 2 из § 82), мы можем рассуждать следующим образом. Допустим, бриллианта нет и во втором сейфе. Тогда его нет нигде, что противоречит закону сохранения вещей (допускаем ещё, что никому не придёт в голову уничтожить бриллиант). Следовательно, бриллиант находится во втором сейфе.

Косвенное апагогическое доказательство ненадёжно, потому что косвенное доказательство тезиса не исключает возможности косвенного доказательства антитезиса. Если оба доказательства были проведены правильно, мы должны признать, что тезис и антитезис оба истинны, а это нарушает закон непротиворечия (см. § 50). В таком случае говорят, что в теории содержится *антиномия* (греч. *anti* против, *nómos* закон). Буквально «антиномия» значит «противозаконие» (нечто незаконное, противоречащее закону). Для её устранения требуется перестроить теорию, например, изменить некоторые её аксиомы.

<u>Пример 3</u>. *Антиномия лжеца*, известная ещё в IV в. до н.э., в одной из своих формулировок представляет собой следующее рассуждение. Философ («лжец») приходит к слушателям и говорит: «То, что я сейчас говорю, ложно» («Я лгу»). Сказал ли он при этом правду или солгал? Допустим, его высказывание истинно. А именно, истинно то, что оно ложно. Следовательно, оно ложно. Но это следствие противоречит предположению, значит, предположение ложно, и высказывание «лжеца» не истинно, а ложно.

Но, допустим, оно ложно. То есть, ложно, что оно ложно. Следовательно, оно истинно. Но это следствие противоречит предположению, значит, предположение ложно. А именно, ложно то, что предложение «лжеца» ложно следовательно, высказывание «лжеца» не ложно, а истинно.

Итак, методом «от противного» доказана истинность противоречащих предложений, «Предложение “лжеца” истинно» и «Предложение “лжеца” не истинно», что нарушает закон непротиворечия.

Несмотря на сомнительную надёжность косвенного апагогического доказательства, оно применяется и, более того, играет важную роль в математике. Так, благодаря ему пифагорейцы доказали теорему о несоизмеримости, а Н.И. Лобачевский открыл неевклидову геометрию (см. § 3).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

1. Для чего служит метод штриховки?
2. Что надо сделать, чтобы найти на диаграмме изображение суммы и произведения предметов? Что в результате этих действий является изображением суммы и произведения?
3. Что надо сделать, чтобы найти на диаграмме изображение отрицания предмета? Что в результате этих действий является изображением отрицания?
4. Изобразите для данных (в виде диаграммы) предметов S и P предмет, образованный из них с помощью операций сложения, умножения и отрицания и заданный в виде формулы.
5. Изобразите диаграммы четырёх отношений между понятиями и дайте определения этих отношений.
6. Пользуясь интуицией и методом проб и ошибок, нарисуйте диаграмму данных понятий, назовите отношение между ними и обоснуйте ответ с помощью определения.
7. Найдите отношение между данными понятиями, пользуясь методом конституент.
8. Назовите четыре формы предложения и обозначающие их буквы (A, I, E, O).
9. Дайте пример материи предложения $\{S, P\}$ и четыре примера предложений для этой материи для каждой формы (SaP, SiP, SeP, SoP).
10. Кратко перескажите алгоритм поиска материи и формы данного предложения.
11. Найдите материю и форму данного предложения.
12. Назовите материальные части силлогизма. Дайте определения трёх терминов силлогизма и двух его посылок.
13. Назовите две неполные формы силлогизма. Дайте общее определение фигуры силлогизма. Определите четыре фигуры силлогизма.
14. Определите модус силлогизма и код модуса.
15. Дайте пример силлогизма для заданных материи и формы.
16. Кратко перескажите алгоритм поиска материи и формы данного силлогизма.
17. Найдите, если это возможно, материю и форму данного силлогизма.
18. Что значит проверить модус силлогизма?
19. Какой силлогизм называется правильным?
20. Кратко перескажите алгоритм проверки данного модуса.

21. Проверьте с помощью диаграмм данный модус простого категорического силлогизма, оставаясь в пределах силлогистики Васильева (то есть не принимая соглашение аристотелевской логики).
22. Что такое энтимема? Дайте её пример.
23. Что значит проверить энтимему?
24. Какая энтимема называется корректной?
25. Кратко перескажите алгоритм проверки энтимемы.
26. Проверьте данную энтимему.
27. Дайте определения негации, конъюнкции, слабой и сильной дизъюнкции, эквиваленции и импликации предложений.
28. Опишите построение таблицы истинности данного сложного предложения. Каково значение каждого элемента («0» или «1») этой таблицы?
29. Дайте определения формально истинного, формально ложного и формально нейтрального предложений.
30. Что понимается под проверкой силлогизма?
31. Проверьте данный сложный силлогизм табличным методом.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

1. Возникновение и развитие западной логической традиции.
2. Логическая дисциплина и значение логики.
3. Предмет и метод логики. Логическая материя предмета.
4. Логическая форма. Материализация и формализация.
5. Монада и диада. Аксиома диады.
6. Конверсия диады.
7. Триада. Аксиома триады.
8. Логические действия с предметами (сложение, умножение и отрицание).
9. Изображение логических действий с предметами на диаграмме (метод штриховки). Пустой предмет.
10. Логические законы для предметов.
11. Конституенты. Теоремы о конституентах.
12. Понятие, суждение и умозаключение как предметы логики.
13. Понятие, его предмет и термин.
14. Математическое количество понятия. Виды понятия.
15. Логическое количество понятия.
16. Диаграмма Эйлера. Изображение двух понятий.
17. Объёмные отношения между общими понятиями.
18. Сложение, умножение и контрадикторное отрицание понятий. Виды несовместимых понятий.
19. Свойство предмета и признак понятия. Содержание понятия.
20. Обобщение и ограничение понятия.
21. Определение понятия.
22. Адекватность (точность) определения.
23. Отрицательное определение. Уместность определения.
24. Деление понятия. Виды и основание деления понятия.
25. Точность деления понятия.
26. Простое категорическое суждение. Перевод описаний диад на языки логики.
27. Синтаксические части простого категорического предложения.
28. Качество и логическое количество простого категорического суждения. Математическое количество простого категорического суждения.
29. Четыре формы простого категорического предложения, определяемые его количеством и качеством.
30. Предмет, материя и форма простого категорического предложения. Правила поиска материи и формы данного простого предложения.

31. Истинность предложения в логиках Аристотеля и Васильева. Соглашение (аксиома) аристотелевской логики.
32. Инверсия формулы суждения. Конверсия предложения.
33. Сравнимые предложения. Зависимость их истинности от формы их предмета.
34. Взаимозависимость истинности сравнимых предложений.
35. Совместимость и противоположность сравнимых предложений.
36. Законы непротиворечия и исключённого третьего в логике Аристотеля.
37. Логическое противоречие и его виды. Логический закон тождества.
38. Простое умозаключение и силлогизм. Части умозаключения.
39. Материя и форма умозаключения. Его значение.
40. Формальная истинность (правильность) умозаключения.
41. Значение неправильного умозаключения. Дедуктивное и недедуктивное умозаключения.
42. Простое категорическое умозаключение и его материя.
43. Части и форма простого категорического умозаключения.
44. Фигуры силлогизма.
45. Модусы простого категорического силлогизма. Их перечисление.
46. Правила поиска материи и формы данного простого категорического силлогизма.
47. Правила проверки модусов простого категорического силлогизма с помощью диаграмм. Правильные модусы в логике Аристотеля.
48. Энтимема. Её значение и условия корректности.
49. Правила восстановления и проверки энтимемы.
50. Сложное суждение. Его материя и форма. Таблица истинности.
51. Негация, конъюнкция и дизъюнкция суждений. Разделительное суждение.
52. Эквиваленция и импликация суждений. Условное суждение.
53. Построение сложного предложения из простых. Дерево предложения.
54. Построение таблицы истинности сложного предложения. Виды формальной истинности сложного предложения.
55. Сложное умозаключение. Его материя и форма. Проверка его правильности.
56. Условный и условно-категорический силлогизмы.
57. Разделительно-категорический силлогизм.
58. Условно-разделительный силлогизм.
59. Прямое доказательство.
60. Косвенные разделительное и апагогическое доказательства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Асмус В.Ф. Логика. [М.:] Госполитиздат, 1947. 387 с.
2. Челпанов Г.И. Учебник логики. М.: Прогресс, 1994. 242 с.

Дополнительная:

1. Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. М.: Наука, 1989. 263 с.
2. Гжегорчик А. Популярная логика. Общедоступный очерк логики предложений. Изд. 2-е, исправл. М.: Наука, 1972. 112 с.
3. Ивин А.А. Логика: Элементарный курс: Учебное пособие. М.: Гардарики, 2001. 224 с.
4. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. 2-е изд., исправл. и доп. М.: Наука, 1976. 720 с.
5. Кузина Е.Б. Практическая логика. Упражнения и задачи с объяснением способов решения. М.: Триада, Лтд, 1996. 160 с.
6. Кулик Б.А. Логика естественных рассуждений. СПб.: Невский Диалект, 2001. 127 с.
7. Логический словарь: ДЕФОРТ / Под ред. А.А. Ивина, В.Н. Переверзева, В.В. Петрова. М.: Мысль, 1994. 270 с.
8. Никифоров А.Л. Общедоступная и увлекательная книга по логике. Учебное пособие. 3-е изд., доп. и перераб. М.: Дом интеллектуальной книги, 1998. 240 с.
9. Переверзев В.Н. Логистика: Справочная книга по логике. М.: Мысль, 1995. 223 с.
10. Поварнин С. Спор. О теории и практике спора. СПб.: Лань, 1996. 160 с.
11. Попов П.С. История логики нового времени. М.: Изд-во Московского ун-та, 1960. 262 с.
12. Свинцов, В.И. Логика. Элементарный курс для гуманитарных специальностей / В.И. Свинцов . – М. : Скорина: Весь мир, 1998 . – 351 с.
13. Сидоренко О.И. Основы универсальной силлогистики. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2007. 191 с.
14. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики. М.: Наука, 1967. 508 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Сергей Мирославович **Антаков**

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ И ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Учебное пособие

Формат 70×100 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 14,2. Уч.-изд. л. 13,2
Заказ № 302. Тираж 300 экз.

Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета
им. Н.И. Лобачевского
603600, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37